

CLARICE EINHARDT DA SILVA COSTA

**APLICAÇÃO DE TÉCNICAS DE PESQUISA OPERACIONAL NA
DETERMINAÇÃO DE SETORES DE ATENDIMENTO DE UMA
CONCESSIONÁRIA DE ENERGIA**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Ciências no Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia – Programação Matemática, Setores de Tecnologia e de Ciências Exatas da Universidade Federal do Paraná.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Deise Maria Bertholdi Costa.

Co-orientador: Prof. Anderson Roges T. Góes, M.Sc.

CURITIBA

2005

TERMO DE APROVAÇÃO

Clarice Einhardt da Silva Costa

“Aplicação de Técnicas de Pesquisa Operacional na Determinação de Setores de Atendimento em uma Concessionária de Energia”

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no Curso de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia – Área de Concentração em Programação Matemática, Setores de Tecnologia e de Ciências Exatas da Universidade Federal do Paraná, pela seguinte banca examinadora:

Orientadora:

Prof^a. Deise Maria Bertholdi Costa, D.Eng.

Departamento de Desenho da UFPR

Prof^a. Maria Teresinha Arns Steiner, D.Eng.

Departamento de Matemática da UFPR

Prof. Arinei Carlos Lindbeck da Silva, D.Eng.

Departamento de Matemática da UFPR

Prof. Lauro César Galvão, D.Eng.

Departamento de Matemática da UTFPR

Curitiba, 13 de outubro de 2005.

**Dedico este trabalho à minha família,
que teve papel fundamental para sua
realização.**

AGRADECIMENTOS

Agradeço às minhas duas famílias, a que nasci e a que escolhi para viver, pelo incentivo e apoio que sempre me deram.

Em especial, ao meu marido Édison José Costa por sua compreensão e por sempre me motivar a prosseguir, e aos meus pais Valdemar dos Santos da Silva e Ivone Cecília Einhardt da Silva pelo apoio especial que me deram no decorrer do curso.

À professora Deise Maria Bertholdi Costa, pela orientação e valiosas sugestões.

Ao meu amigo e co-orientador Anderson Roges Teixeira Góes, que me acompanha e apóia desde nossa graduação em matemática, por sua amizade e dedicação em me ajudar a desenvolver este trabalho.

Aos colegas da COPEL que forneceram importantes informações para a elaboração deste trabalho.

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS	IV
SUMÁRIO.....	V
LISTA DE FIGURAS	IX
LISTA DE QUADROS	X
LISTA DE SIGLAS	XII
RESUMO	XIII
ABSTRACT	XIV
1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1 OBJETIVOS DO TRABALHO.....	2
1.1.1 Objetivo Geral	2
1.1.2 Objetivo Específico	2
1.2 IMPORTÂNCIA DO TRABALHO	3
1.3 LIMITAÇÕES DO TRABALHO.....	3
1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO	4
2 O PROBLEMA REAL	5
2.1 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA REAL	5
2.2 A COPEL.....	5
2.2.1 Gerenciamento das Solicitações	7
2.3 COMO O PROBLEMA É RESOLVIDO ATUALMENTE.....	8
2.3.1 O Recebimento das Solicitações.....	8
2.3.2 Tempos Médios de Execução dos Serviços	11
2.3.3 Distribuição das Tarefas	12
3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	14
3.1 REVISÃO DE LITERATURA.....	14
3.2 PROBLEMAS DE LOCALIZAÇÃO DE FACILIDADES	20
3.1.1 O Problema das p-medianas	21
3.1.2 Definição do Problema das p-medianas.....	22

3.1.2	Formulação Matemática para o problema das p-Mediana	22
3.1.3	Formulação Matemática para o problema das p-mediana capacitado	24
3.2	ROTEAMENTO DE VEÍCULOS	26
3.1.4	O Problema do Caixeiro Viajante (PCV)	27
3.1.5	Modelo Matemático do Método exato para o PCV	27
3.1.6	Métodos Heurísticos para resolver o PCV	29
3.1.7	Problema dos Múltiplos Caixeiros Viajantes – PMCV	30
3.1.8	O Problema de Roteamento de Veículos com um único depósito	31
3.2.6	O Problema de Roteamento de Veículos com Múltiplos Depósitos	33
3.2	O PROBLEMA DE TRANSPORTE	34
3.3	ALGORITMOS GENÉTICOS	35
3.4.1	Elementos do Algoritmo Genético	37
4	ABORDAGEM DO PROBLEMA REAL ATRAVÉS DE TÉCNICAS DA PESQUISA OPERACIONAL	42
4.1	DEFINIÇÃO DO PROBLEMA	42
4.2	CONSTRUÇÃO DO GRAFO	43
4.3	OBTENÇÃO E MANIPULAÇÃO DOS DADOS	44
4.4	DEFINIÇÃO DOS PESOS (MINUTOS)	45
4.5	ESCOLHA DO MÉTODO MATEMÁTICO PARA SOLUÇÃO DO PROBLEMA REAL	48
4.5.1	Aplicação do problema das p-mediana capacitado	49
4.5.2	Utilização do Problema de Roteamento de Veículos	55
4.5.2.1	Formulação Matemática para o PRV aplicada ao problema real	55
4.5.2.2	Incompatibilidade na utilização do roteamento de veículos	57
4.5.3	Uma adaptação do Problema de Designação	58
4.5.3.1	Formulação do problema de designação para o presente trabalho	59
4.5.3.2	Simulações utilizando A.G. e o Problema de Designação	60
4.5.4	Abordagem do problema real através de Algoritmo Genético	61
4.5.4.1	Representação do Indivíduo	61
4.5.4.2	Geração da Solução Inicial	62
4.5.4.3	Função de Aptidão	64

4.5.4.4 Operadores Genéticos.....	64
4.5.4.5 Avaliação da População.....	68
4.5.4.6 Critério de Parada.....	68
5 RESULTADOS OBTIDOS.....	69
5.1 SOLUÇÃO EXATA.....	69
5.1.1 Detalhamento de uma simulação	70
5.1.2 Simulações.....	74
5.1.3 Comparações entre Simulações Mensais	75
5.1.4 Simulações utilizando a Média Semestral de Solicitações.....	77
5.2 SOLUÇÃO APROXIMADA – ALGORITMO GENÉTICO	79
5.2.1 As Simulações	80
5.2.2 Simulações utilizando a média	81
5.3 COMPARAÇÃO ENTRE OS MÉTODOS	83
6 CONCLUSÕES.....	85
6.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	86
7 REFERÊNCIAS	87
Anexo 01 – Tipos de serviços comerciais prestados pelas Agências da COPEL	89
Anexo 02 – Quantidades de solicitações por mês e por Rota de Leitura.....	92
Anexo 03 – Minutos trabalhados por mês e por Rota de Leitura.....	94
Anexo 04 – Comparação entre situação atual e as melhores respostas obtidas nos modelos matemáticos, para 5 Setores de Atendimento.....	96
Anexo 05 – Comparação entre situação atual e as melhores respostas obtidas nos modelos matemáticos, para 6 Setores de Atendimento.....	98
Anexo 06 – Tempos de processamento, número de iterações e fatores de tolerância necessários para obtenção de respostas ótimas nas simulações das p -medianas	100
Anexo 07 – Tempos de processamento, operadores genéticos e fatores de tolerância necessários para obtenção de respostas no Algoritmo Genético.....	104
Anexo 08 – Comparações entre as respostas obtidas a cada mês do semestre analisado, para 5 medianas.....	106
Anexo 09 Comparações entre as respostas obtidas a cada mês do semestre analisado, para 6 medianas.....	109

Anexo 10 – Comparação entre métodos manual, p -medianas e heurístico.....	112
Anexo 11 – Melhores agrupamentos fornecidos pelo método exato, caso de 5 Setores de Atendimento	114
Anexo 12 – Melhores agrupamentos fornecidos pelo método exato, caso de 6 Setores de Atendimento	118
Anexo 13 – Melhores agrupamentos fornecidos pelo método heurístico, caso de 5 Setores de Atendimento	122
Anexo 14 – Melhores agrupamentos fornecidos pelo método heurístico, caso de 6 Setores de Atendimento	126
Anexo 15 – Melhores agrupamentos fornecidos pelos modelos matemáticos, utilizando a média semestral de solicitações	130

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Mapa da divisão atual da Agência em sete Setores de Atendimento	8
Figura 2.2: Número de identificação de consumidor da COPEL	9
Figura 2.3: SOD – Fluxo de solicitações na empresa	9
Figura 2.4: Gerenciamento das solicitações	11
Figura 4.1: Rotas de Leitura atendidas pela Agência do Portão	43
Figura 4.2: Grafo formado com os centróides de cada uma das Rotas de Leitura	44
Figura 4.3: Inserção de centróides fictícios no mapa	53
Figura 4.4: Formação de sub-rotas desconexas no problema de roteamento	58
Figura 4.5: Exemplo de indivíduo factível para o A.G. utilizado	61
Figura 4.6: Exemplo de mutação utilizada no A.G.	65
Figura 4.7: Mapa de divisão da Agência em 5 Setores, obtida para o mês de abril de 2005	66
Figura 5.1: Divisão da Agência em 6 Setores (dezembro, abordagem 1).	71
Figura 5.2: Divisão da Agência em 6 Setores (dezembro, abordagem 2).	72
Figura 5.3: Divisão manual da Agência em 5 Setores, vigente a partir de 01/06/05	76
Figura 5.4: Resposta ótima para abordagem 1, 48 centróides, utilizando-se a média semestral de solicitações	78
Figura 5.5: Resposta ótima para abordagem 2, 74 centróides, utilizando-se a média semestral de solicitações	78
Figura 5.6: Divisão de Setores sugerida pela heurística, utilizando-se a média semestral de solicitações.	83

LISTA DE QUADROS

Quadro 2.1: Lista de serviços comerciais prestados pelas Agências da Copel	6
Quadro 2.2: Divisão atual de Rotas de Leitura por Setor de atendimento	10
Quadro 2.3: Atual designação de equipes por Setor de Atendimento	10
Quadro 2.4: Dados referentes aos tempos médios despendidos em campo para execução das tarefas	12
Quadro 2.5: Quantidade de minutos necessária, por equipe, para execução das tarefas solicitadas no mês de dezembro	13
Quadro 4.1: Informações disponíveis no banco de dados da COPEL para uma solicitação	44
Quadro 4.2: Linha da planilha utilizada no trabalho	45
Quadro 4.3: Quantidade de serviços solicitados na Rota 1 no mês de março de 2005	46
Quadro 4.4: Quantidade de serviços solicitados na Rota 39 no mês de março de 2005	46
Quadro 4.5: Quantidade de solicitações e minutos necessários para executar as tarefas solicitadas na Rota 1, no mês de março de 2005	47
Quadro 4.6: Quantidades de solicitações e minutos necessários para executar as tarefas solicitadas na Rota 39, no mês de março de 2005	48
Quadro 4.7: Obtenção do total de minutos trabalhados por mês	50
Quadro 4.8: Fator de Tolerância necessário para obtenção da otimalidade em uma simulação.	51
Quadro 4.9: Solução do algoritmo utilizando-se 48 centróides, abordagem 1, mês de dezembro	54
Quadro 4.10: Solução do algoritmo utilizando-se 74 centróides, abordagem 2, mês de dezembro	55
Quadro 5.1: Número de variáveis e restrições para as duas abordagens	69
Quadro 5.2: Condições para obtenção da solução ótima, dezembro (48 Centróides, abordagem 1).	70
Quadro 5.3: Condições para obtenção da solução ótima, dezembro (74 Centróides, abordagem 2).	70
Quadro 5.4: Comparação entre as demandas dos 6 Setores, 48 centróides, (dezembro, abordagem 1).	73
Quadro 5.5: Comparação entre as demandas dos 6 Setores, 74 centróides, (dezembro, abordagem 2).	73
Quadro 5.6: Comparação entre o método manual e o modelo matemático exato, no mês de dezembro	73
Quadro 5.7: Comparação entre o método manual e o modelo matemático exato: diferença, em minutos, entre os Setores mais e menos solicitados	74
Quadro 5.8: Respostas ótimas obtidas com o modelo matemático para o Setor 1	75

Quadro 5.9: Respostas ótimas obtidas com o modelo matemático para o Setor 2	75
Quadro 5.10: Demanda mensal de solicitações (em minutos) por Rota de Leitura e Média semestral de solicitações por Rota.	77
Quadro 5.11: Comparação entre situação atual e simulações, mês de junho, 5 Setores.	79
Quadro 5.12: Diferença (em minutos) entre as equipes com maior e menor demanda de solicitações no semestre, caso para 5 Setores	80
Quadro 5.13: Diferença (em minutos) entre as equipes com maior e menor demanda de solicitações no semestre, caso para 6 Setores	81
Quadro 5.14: Agrupamentos mensais sugeridos pela heurística para o Setor 4	81
Quadro 5.15: Agrupamentos mensais sugeridos pela heurística para o Setor 5	82
Quadro 5.16: Comparação entre situação atual e simulações, mês de junho, 5 Setores	83
Quadro 5.17: Comparação entre maior e menor demanda de solicitações (em minutos) por Setor, nos três métodos, com dados de junho.	84
Quadro 5.18: Comparação entre os Desvios Padrão entre os Setores, nos três métodos, com dados de junho	84

LISTA DE SIGLAS

COPEL - Companhia Paranaense de Energia.

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

ANEEL – Agência Nacional de Energia Elétrica

GCO – Gestão de Consumidores

SOD – Sistema de Operações da Distribuição

U.S. – Unidade de Saúde

AG – Algoritmo Genético

RESUMO

Este trabalho propõe a utilização de técnicas de Pesquisa Operacional para determinar agrupamentos de clientes (setores de atendimento) de uma concessionária de energia elétrica, com o objetivo de diminuir o tempo de execução dos serviços solicitados pelos clientes, através de uma melhor distribuição de tarefas entre as equipes disponíveis. O trabalho foi aplicado em uma das Agências da COPEL em Curitiba. Para obtenção dos resultados foram utilizados o algoritmo das p-medianas capacitado e algoritmos genéticos. Os vários testes realizados mostraram que os modelos matemáticos aplicados resolvem melhor o problema do que o método manual atualmente utilizado pela empresa.

ABSTRACT

This work proposes the use of techniques of operational research to determine clients groupings of an electric energy dealer. The objective is to reduce the time of execution of the services request by the clients through a better distribution of tasks between the available team for such. The results were obtained through the use of p-median with capacity algorithm and a heuristic based on genetic algorithms. Several tests have shown that the applied mathematical models solve the problem better than the manual methods that are currently used by the company.

1 INTRODUÇÃO

Em Curitiba, a Companhia Paranaense de Energia (COPEL) é dividida em cinco grandes áreas de atendimento denominadas Agências. Cada Agência é dividida em várias Rotas de Leitura, que são áreas delimitadas de uma localidade que possibilitam a leitura e entrega de faturas de consumo de energia elétrica em prazos predeterminados.

Dentre as principais atividades de uma Agência encontra-se o atendimento às solicitações de serviços comerciais feitas pelos clientes da companhia, como ligação de novos consumidores à rede elétrica, religação de consumidores desligados, corte de energia de consumidores inadimplentes, vistorias, entre outros.

Para facilitar a distribuição de tarefas entre as diversas equipes que fazem o atendimento às solicitações, várias Rotas de Leitura adjacentes são agrupadas formando Setores de Atendimento.

Atualmente, a divisão das áreas de cada Agência da COPEL em Setores de Atendimento é feita manualmente, o que acarreta em uma divisão não homogênea de tarefas por equipe.

A situação ideal para empresa seria um software georeferenciado que distribísse às equipes as tarefas no momento em que elas fossem solicitadas pelo cliente. Porém, este trabalho pretende mostrar que pequenas modificações na situação atual podem acarretar em grandes melhorias no atendimento ao cliente.

1.1 OBJETIVOS DO TRABALHO

A idéia do presente trabalho é utilizar técnicas de Pesquisa Operacional para sugerir uma nova divisão da área total de uma destas Agências em regiões de atendimento, visando uma melhor distribuição de serviços entre as equipes disponíveis na Agência.

1.1.1 OBJETIVO GERAL

Este trabalho tem como objetivo principal estabelecer uma nova divisão da área total da Agência do Portão em regiões de atendimento, levando em consideração o volume de solicitações, o tipo dos serviços a serem executados e a quantidade de mão-de-obra disponível, visando distribuir de maneira mais homogênea as tarefas entre as equipes. Se o tempo necessário para realizar as diversas tarefas estivesse equilibrado entre as equipes, ter-se-ia mais eficiência no atendimento, menos tarefas ficariam pendentes para o dia seguinte e o tempo de execução/atendimento dos serviços prestados aos clientes da COPEL poderia ser reduzido.

1.1.2 OBJETIVO ESPECÍFICO

Selecionar um método matemático que resolva de maneira mais eficiente o problema da determinação dos Setores de Atendimento.

Determinar uma meta heurística que resolva o mesmo problema.

Implementar os dois métodos computacionalmente.

Comparar a situação atual aplicada pela Agência com as respostas obtidas nos modelos matemáticos.

1.2 IMPORTÂNCIA DO TRABALHO

A Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) impõe às concessionárias de energia elétrica prazos de atendimento às diversas solicitações dos consumidores de energia elétrica.

Para que a empresa atinja tais metas sem descuidar de outras solicitações de seus clientes, faz-se necessário utilizar de maneira otimizada a mão-de-obra disponível para a execução dos serviços.

1.3 LIMITAÇÕES DO TRABALHO

O número de solicitações e o tipo dos serviços a serem executados variam bastante de um mês para outro, dificultando a previsão de demandas futuras por Setor de Atendimento.

A dificuldade de redefinir freqüentemente novas regiões de atendimento devido à utilização desta informação em vários *softwares* utilizados pela empresa foram as maiores limitações encontradas.

1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho está dividido em seis capítulos.

Neste primeiro capítulo, foram apresentados a origem do trabalho, seus objetivos, importância e limitações.

No segundo capítulo faz-se a descrição do problema real, apresentando-se a estrutura da empresa e suas Agências e como o problema é resolvido atualmente.

No terceiro capítulo faz-se uma revisão da literatura e da teoria utilizada para o desenvolvimento deste trabalho.

No quarto capítulo apresenta-se a metodologia proposta para solução do problema, através da aplicação de métodos exato e heurístico.

O quinto capítulo traz os resultados obtidos nos dois métodos utilizados e o sexto, as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

2 O PROBLEMA REAL

Este capítulo tem por objetivo descrever a situação real da Agência estudada, analisando as dificuldades no processo e atitudes já tomadas pela empresa para solucioná-las.

2.1 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA REAL

A principal função das Agências da COPEL é atender às solicitações de seus clientes, consumidores de energia elétrica. Para tanto, é necessário designar as equipes disponíveis para os Setores de Atendimento, de maneira a executar os serviços solicitados dentro dos prazos estipulados à Companhia pela ANEEL.

2.2 A COPEL

Os consumidores de energia elétrica de Curitiba estão distribuídos em seis Agências, quais sejam, Centro, Portão, Sítio Cercado, Vila Hauer, Bachacheri e Santa Felicidade, cada uma atendendo um conjunto de bairros adjacentes. Cada Agência é subdividida em várias Rotas de Leitura, e um agrupamento de Rotas de Leitura adjacentes determina um Setor de Atendimento.

As Rotas de Leitura têm, em média, 2.000 consumidores, isto faz com que um bairro com alta densidade demográfica contenha várias Rotas de Leitura com áreas de abrangência pequenas e um bairro com baixa

densidade demográfica seja atendido por poucas Rotas com grandes áreas de abrangência.

A Agência do Portão, objeto deste trabalho, possui 49 Rotas de Leitura que são atendidas por 18 funcionários da COPEL com cargo de eletricista, que têm 10 carros e 2 motos a sua disposição para execução dos trabalhos e 14 eletricistas terceirizados, com 14 carros. Tais equipes atendem diariamente vários tipos de serviços, como: ligação de consumidores novos, religação de consumidores desligados, corte de energia de consumidores inadimplentes, desligamento a pedido do cliente, padronização de entrada de serviço, aumento de carga, emergências, religação urgente, substituição de medidores e vistorias em geral, conforme se pode observar no quadro 2.1 (a lista completa encontra-se no Anexo 1).

QUADRO 2.1: LISTA DE SERVIÇOS COMERCIAIS PRESTADOS PELAS AGÊNCIAS DA COPEL

Códigos	Descrição do Serviço
101	Ligação unidade consumidora monofásica
102	Ligação unidade consumidora bifásica
103	Ligação unidade consumidora trifásica
181	Ligação de unidade consumidora temporária sem medição
311	Desligamento de unidade consumidora definitiva a pedido do cliente
501	Religação/Reativação de unidade consumidora a pedido do cliente
2907	Confirmar leitura
3203	Vistoria e inspeção de entrada de serviço - Ramal sobre propriedade de terceiros
3223	Vistoria e inspeção de entrada de serviço - Caixa de medição sem vidro
3224	Vistoria e inspeção de entrada de serviço - Caixa de medição sem lacre
3305	Agrupamento de entrada de serviço por iniciativa do cliente
3404	Substituição de equipamentos medidor por iniciativa da COPEL
3610	Alteração de carga - aumento de carga da Unidade Consumidora
3710	Padronização de entrada de serviço por determinação da COPEL
9909	Serviços Gerais/outras - mudança de fase ou coordenada

2.2.1 GERENCIAMENTO DAS SOLICITAÇÕES

A maior parte das solicitações de atendimento tem *origem* na Central de Atendimento Telefônico da COPEL, havendo também solicitações provenientes de outros Setores da empresa (como suspeita de fraude devido a observância de unidade consumidora com consumo zero de energia), de outras agências que prestam atendimento ao público e de Ruas da Cidadania onde a COPEL possui postos de atendimento.

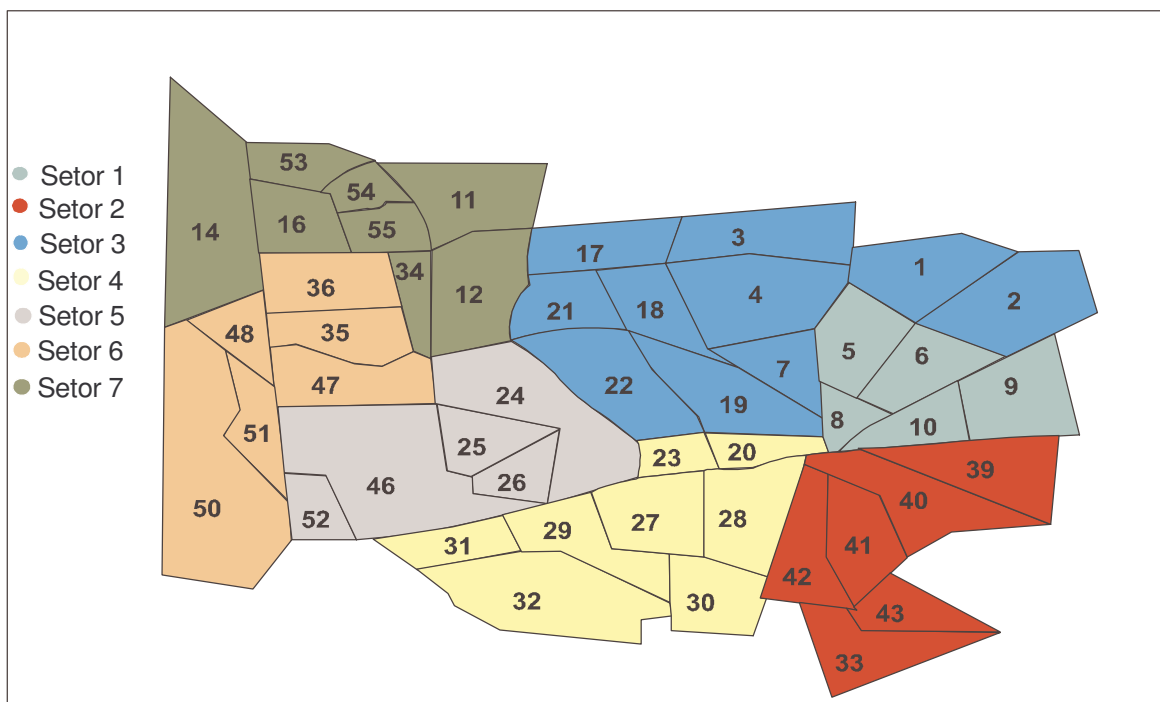
A empresa utiliza vários *softwares* para gerenciar o *andamento* das solicitações porém, a distribuição dos serviços para as diversas equipes se dá através de um processo manual. A divisão da área de abrangência da Agência, em sete Setores de Atendimento, é mostrada na figura 2.1. Nesta figura apresentam-se somente 48 Rotas de Leitura pois a Rota de número 62, que está em processo de extinção por conter somente residências irregulares localizadas dentro da faixa de domínio da rede ferroviária, foi desconsiderada deste trabalho. Portanto, a análise da situação real será feita somente nas 48 Rotas restantes.

Assim que a tarefa solicitada pelo cliente é executada, o documento que foi criado para registrar tal solicitação deve ser concluído. A conclusão do documento, pelos eletricitistas, pode ser feita de duas maneiras:

via telefone celular: o eletricitista, imediatamente após a execução da tarefa, liga ou envia mensagem para o Setor de despachos da COPEL comunicando a conclusão do serviço;

via computador: parte dos veículos utilizados na execução das tarefas possuem um computador interligado à rede de computadores da COPEL. Neste caso, o eletricitista conclui o documento sem a intervenção do setor de despachos da empresa.

FIGURA 2.1: MAPA DA DIVISÃO ATUAL DA AGÊNCIA EM SETE SETORES DE ATENDIMENTO



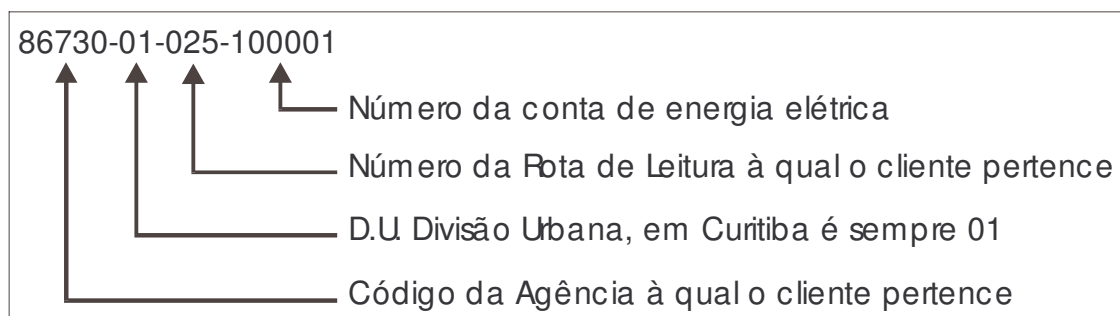
2.3 COMO O PROBLEMA É RESOLVIDO ATUALMENTE

2.3.1 O RECEBIMENTO DAS SOLICITAÇÕES

Quando um cliente solicita um atendimento à empresa, gera-se um documento em um sistema (*software*) gerenciador de solicitações, chamado Gestão de Consumidores (GCO).

Neste documento constam o tipo do serviço solicitado e os dados de identificação do cliente, que permitem a localização geográfica do mesmo, conforme mostra a figura 2.2.

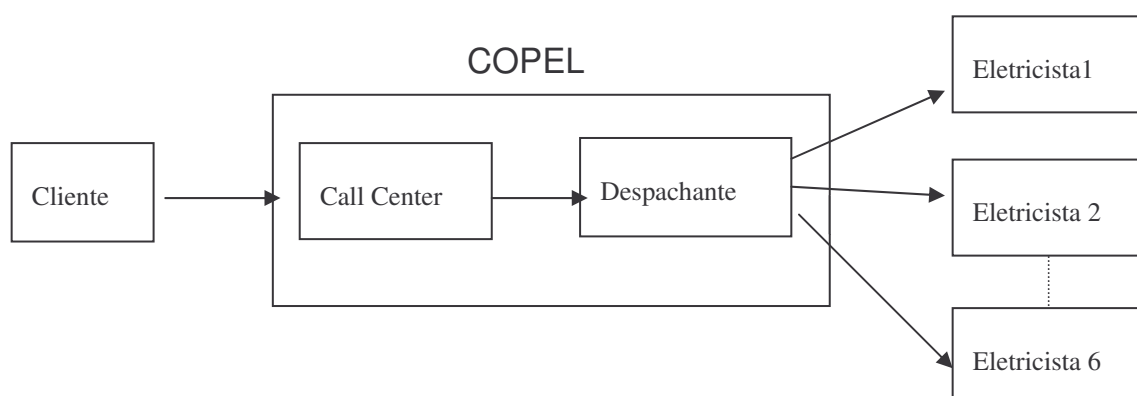
FIGURA 2.2: NÚMERO DE IDENTIFICAÇÃO DE CONSUMIDOR DA COPEL



Todos os clientes da COPEL são identificados por este conjunto de números, que define a Rota de Leitura a que ele pertence e, conseqüentemente, qual Setor de Atendimento o atenderá.

Após ser gerado, o documento é enviado automaticamente para o despachante através de outro sistema, chamado Sistema de Operações da Distribuição (SOD), onde é feito o despacho dos serviços aos Setores responsáveis como exemplifica a figura 2.3.

FIGURA 2.3: SOD – FLUXO DE SOLICITAÇÕES NA EMPRESA



O repasse de serviços entre o *call center* e o despachante é feito automaticamente, via *software* (SOD), não requerendo intervenção humana.

Porém, o envio dos serviços para o eletricista requer que o despachante identifique a qual Rota de Leitura o solicitante pertence, a qual Setor de Atendimento esta Rota é subordinada e qual equipe de eletricistas presta atendimento a este Setor.

Para o exemplo da figura 2.2, observa-se que o cliente pertence à Rota de Leitura 25, que é subordinada ao Setor de Atendimento 5 (conforme mostra o quadro 2.2).

QUADRO 2.2: DIVISÃO ATUAL DE ROTAS DE LEITURA POR SETOR DE ATENDIMENTO

Setor	Rotas pertencentes ao setor
1	005 - 006 - 008 - 009 - 010
2	033 - 039 - 040 - 041 - 042 - 043
3	001 - 002 - 003 - 004 - 007 - 017 - 018 - 019 - 021 - 022
4	020 - 023 - 027 - 028 - 029 - 030 - 031 - 032
5	024 - 025 - 026 - 046 - 052
6	035 - 036 - 047 - 048 - 050 - 051
7	011 - 012 - 014 - 016 - 034 - 053 - 054 - 055

Uma vez identificado a qual Setor a solicitação pertence, o despachante identifica, através do quadro 2.3 a seguir, qual equipe está fazendo o atendimento deste Setor, neste caso, equipe 4. Como a Agência está dividida em sete Setores de Atendimento mas dispõe de apenas seis equipes de eletricistas, uma das equipes atende mais de um Setor, conforme pode-se visualizar no quadro 2.3.

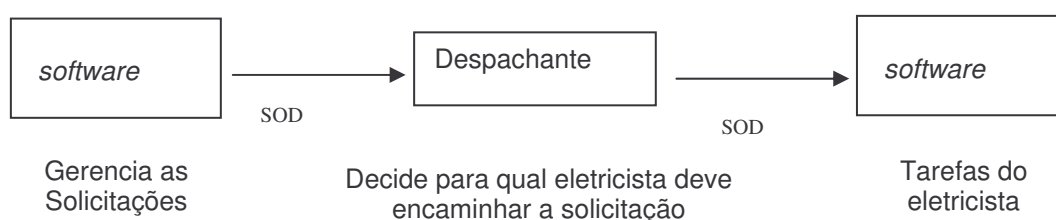
QUADRO 2.3: ATUAL DESIGNAÇÃO DE EQUIPES POR SETOR DE ATENDIMENTO

Equipe	Setor que atende
1	1 e 2
2	3
3	4
4	5
5	6
6	7

De posse destas informações, o despachante (localizado em escritório) seleciona o documento em seu computador e o envia para o eletricitista (atuando em campo), que o receberá no computador de seu veículo ou no seu celular, dependendo dos equipamentos disponíveis em campo.

A designação das tarefas para as equipes de atendimento é feita manualmente pois atualmente a empresa não dispõe de um *software* que faça esta designação automaticamente. O esquema de gerenciamento das solicitações pode ser observado na figura 2.4.

FIGURA 2.4: GERENCIAMENTO DAS SOLICITAÇÕES



2.3.2 TEMPOS MÉDIOS DE EXECUÇÃO DOS SERVIÇOS

Recentemente foi feita uma pesquisa junto aos eletricitistas para definir os tempos médios de execução de cada uma das diversas tarefas que podem ser solicitadas. Durante o período da pesquisa, cada equipe das seis Agências de Curitiba monitorou os tempos despendidos em campo (*in loco*) para executar cada uma das tarefas. Destes dados foram extraídos os tempos médios de execução, conforme observa-se no quadro 2.4.

QUADRO 2.4: DADOS REFERENTES AOS TEMPOS MÉDIOS DESPENDIDOS EM CAMPO PARA EXECUÇÃO DAS TAREFAS

Códigos	Descrição do Serviço	Tempo Médio de Execução (em minutos)
100	Ligação Nova	34
300	Desligamento a pedido	20
500	Religação a pedido	17
2900	Leitura	11
3200	Vistorias	29
3700	Padronização de E.S.	40
3400	Substituição de Medidor	21
3600	Alteração de Carga	40
3300	Agrupamento de Entrada de Serviço	40
9000	Serviços Gerais	15

2.3.3 DISTRIBUIÇÃO DAS TAREFAS

Em entrevista com os Srs. Roseli Kaiser e Alfredo Santos, atual e anterior coordenador da Agência do Portão, respectivamente, obteve-se a informação de que a atual divisão da Agência em Setores de atendimento foi sugerida pelos próprio eletricitas e coordenadores da Agência, baseada somente na observação empírica do andamento das atividades.

Sabe-se que tal divisão gera uma distribuição desigual de serviços para as diversas equipes. Uma solução paliativa utilizada para minimizar tal problema é o rodízio de equipes pelos diversos Setores, de maneira que todas as equipes passem, no decorrer do ano, pelos Setores mais solicitados.

Após esta entrevista, foram coletadas as quantidades de solicitações abertas no mês de dezembro e confirmou-se a informação acima mencionada.

Como os diversos serviços têm tempos médios de execução diferentes, conforme mostrado no quadro 2.4, optou-se por analisar os

minutos trabalhados por equipe e não o número de solicitações atendidas.

O quadro 2.5 traz a quantidade de minutos que cada uma das seis equipes necessitou para executar as tarefas solicitadas no mês de dezembro de 2004, e confirma a observação de que o atual agrupamento das Rotas de Leitura em Setores de Atendimento pode ser melhorado.

QUADRO 2.5: QUANTIDADE DE MINUTOS NECESSÁRIA, POR EQUIPE, PARA EXECUÇÃO DAS TAREFAS SOLICITADAS NO MÊS DE DEZEMBRO

Equipe	Setor de Atendimento	Tempo Necessário (minutos)
1	1 e 2	9894
2	3	9041
3	4	8233
4	5	5527
5	6	4551
6	7	6127

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo é feita a revisão de literatura com temas relacionados a este trabalho e a apresentação da teoria utilizada para o desenvolvimento do mesmo.

3.1 REVISÃO DE LITERATURA

Problemas de localização de facilidades constituem problemas muito utilizados e estudados dentro da Pesquisa Operacional. Seu principal objetivo é a localização de facilidades ao longo de uma rede viária definida por um grafo.

Nesta seção apresentam-se alguns trabalhos realizados sobre este assunto.

PIRES (2002), em seu trabalho, teve por objetivo determinar a localização ideal de escolas no município de Coronel Vivida, visando a redução da distância percorrida pelo aluno para chegar até a escola, diminuindo o tempo e os gastos da prefeitura com o transporte escolar.

Para obter o local onde devem funcionar as escolas, utilizou-se o algoritmo Genético para resolver o problema das p -medianas, e para designar os alunos que devem freqüentar cada escola, utilizou-se o algoritmo de Gillet e Johnson.

O trabalho concluiu que o número de escolas em funcionamento, 20, poderia ser reduzido devido ao excesso de vagas em grande parte delas; a localização atual das escolas não é das mais adequadas, visto que a

comparação dos resultados otimizados e a situação atual apontou a coincidência de apenas duas escolas e que a implementação dos resultados sugeridos pelo trabalho atingiria plenamente seu objetivo.

O trabalho de NUNES (1998) tem por objetivo racionalizar o transporte de funcionários de uma refinaria de petróleo, localizada na região metropolitana de Curitiba, visando a redução do número de ônibus utilizados e o percurso total dos mesmos.

Para solução do problema, a implementação computacional dividiu-se em 5 fases:

- Localização dos 376 pontos de parada no mapa digitalizado;

- Aplicação do algoritmo Genético para identificar as medianas;

- Formação de *clusters* em torno de cada uma das medianas, onde a soma das demandas para cada *cluster* é exatamente a capacidade do ônibus, utilizando o algoritmo MdepCap (Múltiplos Depósitos Capacitados), que é uma adaptação feita a partir da heurística proposta por Gillet e Johnson;

- Construção de roteiros iniciais para cada um dos agrupamentos da fase anterior;

- Melhoramento *2opt* e *3opt* para cada roteiro da quarta fase.

O trabalho obteve a redução do número de ônibus utilizado, eliminando assentos ociosos nos ônibus, porém a distância total fornecida pelo algoritmo foi superior à distância total percorrida atualmente, fato este devido, principalmente, à sugestão de fazer os pontos de parada no endereço do funcionário o que proporcionaria maior conforto aos mesmos.

ROSÁRIO (2002) procurou a melhor localização de Unidades de Saúde (U.S.) 24 h em Curitiba, visando minimizar a distância média de deslocamento dos usuários desde o bairro onde residem ao bairro onde se localiza a U.S. 24 h mais próxima.

O autor apresentou duas propostas distintas: localizar U.S. 24 h não considerando as já existentes na cidade e considerando a ampliação da rede em duas U.S. 24 h.

Utilizou-se Algoritmos Genéticos, Teitz e Bart e Busca Exaustiva na determinação das localizações ótimas (localização das medianas) para implantar as U.S. 24 h. Os pesos utilizados na formulação matemática levaram em conta a densidade demográfica do bairro, o grau de carência sócio-econômica da população, o índice de satisfação de qualidade de vida, a inexistência de serviços de saúde na região e o sistema viário de transporte, determinando a atratividade do bairro em sediar uma U.S.

Após determinar as localizações ótimas para implantar as U.S. 24 h, determinou-se o raio de abrangência de cada U.S. utilizando-se o Diagrama de Voronoi, determinando quais bairros serão atendidos por determinada U.S. e, dado um ponto no mapa, a qual U.S. ele encontra-se mais próximo.

LORENA *et al.* (2004) apresentaram artigo sobre a localização de escolas de Ensino Fundamental com modelos capacitado e não capacitado aplicados à cidade de Vitória/ES que apresenta três propostas diferentes: avaliar a localização atual das escolas públicas; relocar as escolas utilizando o problema das p -medianas não capacitado e relocar as escolas utilizando o problema das p -medianas capacitado.

Em todos os momentos utilizou-se o princípio que norteia o uso do modelo das p -medianas: todo o aluno deve freqüentar a escola mais próxima à sua residência.

Utilizando os dados do censo do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) do ano de 2000, definiu-se o número de alunos em idade escolar (7 a 14 anos) por setor censitário, que são pequenas divisões definidas pelo IBGE, com cerca de 300 residências cada. Em cada setor censitário considerou-se a população concentrada no seu respectivo centro demográfico (centróide). O objetivo do trabalho é minimizar a distância média percorrida escola-centróide e determinar a área de abrangência de cada escola.

A primeira proposta analisou a localização das 51 escolas existentes no município e determinou quais setores censitários são atraídos para cada mediana, formando uma micro região atendida por uma referida escola.

Desta maneira, observou-se o excesso/escassez de vagas para a situação atual nas diversas micro regiões formadas e observa-se a necessidade de construção de novas escolas.

A segunda proposta determinou a localização ideal das 51 escolas utilizando o método heurístico de PIZZOLATO (1994) para o problema das p -medianas. Como resultado obtiveram-se micro regiões mais uniformes e balanceadas ao longo do município, porém, a natureza não capacitada do modelo empregado não atende satisfatoriamente a condição capacitada do problema real.

A terceira proposta utilizou a *relaxação Lagrangeana/Surrogate*, proposta em NARCISO e LORENA (1999) para resolver de forma aproximada o problema das p -medianas capacitadas. Neste item levou-se em conta a capacidade das escolas, o que auxilia na obtenção de novas escolas de tamanhos médios visto que as mesmas produzem um menor custo por estudante quando comparadas a escolas muito grandes ou muito pequenas. Esta última proposta conclui que o número de escolas no município, 51, é adequado, mas há necessidade de remanejamento de recursos e ampliação de escolas.

PIZZOLATO *et al.* (2004) publicaram artigo com objetivo de divulgar diversas experiências que têm sido realizadas pelos autores na área de localização de escolas.

Os trabalhos descritos no referido artigo usaram o modelo das p -medianas, um algoritmo heurístico e atingiram importantes cidades, quais sejam, Nova Iguaçu/RJ, Nilópolis/RJ, Niterói/RJ, Ilha do Governados/RJ e Fortaleza/CE.

Os trabalhos dividem-se em duas partes: avaliação da atual localização e uma proposta de realocação.

SAMPAIO (1999) utilizou o problema das p -medianas capacitado, para verificar a necessidade de ampliação ou redução da capacidade de escolas estaduais em Curitiba.

Ao utilizar o problema das p -medianas capacitado, faz-se necessário a inclusão de restrições de capacidade, onde cada instalação (escola) pode suprir um número limitado de demanda (alunos) e os pontos de demanda são atendidos dentro das capacidades das respectivas instalações selecionadas pelo algoritmo como medianas.

Através da comparação das técnicas *Simulated Annealing* e Algoritmo Genético, chegou-se à conclusão de que 45 escolas estaduais da região centro-sul da cidade deveriam ter suas capacidades alteradas para minimizar o caminho percorrido pelos alunos desde suas casas até a escola mais próxima.

Observou-se que, se as escolas atuais tivessem a capacidade ideal e novas escolas fossem abertas em locais adequados, vários benefícios seriam alcançados, como a redução da distância percorrida e do tempo gasto pelo aluno para chegar à escola, maior satisfação por parte dos pais e alunos e menor utilização de automóveis e transporte escolar.

HOJATI (1996) apresentou um artigo que trata da divisão da área de uma cidade em distritos eleitorais, tais que cada distrito tenha aproximadamente a mesma população de eleitores. Como o autor utilizou os setores censitários da cidade para estimar a população de eleitores, obedeceu-se a condição de que os distritos devem ser formados por setores censitários adjacentes.

O autor utilizou a Relaxação Lagrangeana para determinar os p -centros e o Problema de Transporte para determinar quais setores censitários seriam designados para cada centro, formando os distritos desejados.

BEGUIN *et al* (1992) apresenta artigo que trata de dois assuntos: propor a realocação das bibliotecas públicas de Liège, Bélgica, e analisar o

quanto a variação dos pesos na formulação das p -medianas afeta o resultado final do algoritmo.

A referida cidade possui 48 bibliotecas públicas o que faz com que a distância média percorrida pelos usuários seja inferior a 500 metros até a biblioteca pública mais próxima.

Como a acessibilidade atual é satisfatória, o trabalho procurou mantê-la e reduzir os custos sociais através da desativação de algumas bibliotecas públicas e realocação das restantes. Uma pesquisa feita junto aos usuários mostrou que a maioria (66%) dos usuários nunca vai a outra biblioteca pública diferente da mais próxima. Portanto, a utilização das p -medianas foi considerada adequada para resolver esta primeira parte do trabalho.

Concluiu-se que a mesma distância média percorrida pelos usuários atualmente pode ser obtida com apenas 29 bibliotecas públicas, o que reduziria em cerca de 40% os custos sociais com este serviço.

Para observação do segundo propósito, utilizaram-se as demandas (pesos):

- população total do Setor;
- número anual de usuários de bibliotecas públicas originários de um referido setor censitário i .

Foram feitas diversas simulações com os mais variados pesos (demandas a e b) e constatou-se que as distâncias não sofreram grandes variações, o que mostra que os resultados de locação-alocação obtidos são totalmente confiáveis.

FLEISCHMAN e PARASCHIS (1988) apresentam artigo que busca redividir uma área em regiões de atendimento de maneira a designar agentes de vendas responsáveis em visitar empresas. A atual divisão foi definida há vários anos e é considerada inadequada para os dias de hoje.

A proposta do trabalho é uniformizar o tamanho dos territórios, levando em conta pesos de frequência de visitas e o valor das vendas, e

diminuir os custos de deslocamento dos agentes de vendas, formando territórios compactos.

Para solução do problema, o autor utilizou o problema de transporte para resolver o procedimento de locação – alocação e a divisão das áreas foi obtida através de uma heurística, que usa estrutura de árvores, desenvolvida pelo próprio autor.

3.2 PROBLEMAS DE LOCALIZAÇÃO DE FACILIDADES

Os problemas de localização de facilidades consistem em selecionar a melhor localização de um serviço (facilidade) que atende a clientes, em uma região específica (MINIEKA, 1978).

O termo facilidades pode ser substituído por escolas, postos de saúde, fábricas e outros enquanto que clientes referem-se a estudantes, usuários de postos de saúde, funcionários de fábricas e outros.

Estes problemas estão divididos em dois subproblemas básicos, conhecidos como problema dos p -centros e problema das p -medianas.

No problema dos p -centros, o objetivo é minimizar a maior distância a ser percorrida, ou seja, minimizar a distância até o ponto mais crítico a ser atendido por p - facilidades. Este problema consiste em determinar pontos de localização de corpo de bombeiros, viaturas de polícia e outros, cujos serviços precisam se deslocar aos pontos de demanda (clientes).

As soluções deste problema, ou seja, os vértices que representam os melhores locais para instalação de uma facilidade com as características acima, são chamados *centros* de um grafo.

No problema de localização de facilidades, cada vértice do grafo

representa um local candidato a sediar uma facilidade e os arcos são as distâncias entre estes pontos.

No problema das p -medianas, o objetivo é minimizar a soma de todas as distâncias de cada ponto de demanda à p -facilidades mais próximas, ou seja, minimizar a distância média a ser percorrida. Este problema consiste em determinar pontos de localização de facilidades como escolas, unidades de saúde e outros, cujos pontos de demanda (clientes) precisam se deslocar aos pontos de localização de facilidades para utilizarem seus serviços (ROSÁRIO, 2002). A localização ótima da facilidade, neste caso, é denominada de *mediana* do grafo.

Pode-se observar a divisão deste problema em dois casos: (COLOMBO, 2001)

A localização de uma mediana: busca a localização de uma única facilidade, visando minimizar a soma das distâncias percorridas pelos clientes até esta facilidade.

A localização de múltiplas medianas, ou p -medianas: busca a localização de p facilidades que minimizem a distância média que separa os clientes da facilidade mais próxima.

3.1.1 O PROBLEMA DAS P -MEDIANAS

O uso do modelo das p -medianas pode ser visto como o problema de tomar os N vértices de um grafo e agrupá-los em p conjuntos, em torno de um vértice mediano, onde existe ou deveria existir uma facilidade.

Esse processo produz p regiões (Setores) cujas respectivas medianas são as localizações das facilidades e cada um dos demais vértices

do grafo pertence a uma das regiões cuja mediana seja a mais próxima (PIZZOLATO *et al.*, 2004).

3.1.2 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA DAS P-MEDIANAS

Seja $G(V, A)$ um grafo não orientado onde V é o conjunto dos vértices do grafo e A é o conjunto das arestas. Deve-se encontrar um conjunto V_p de p vértices contido em V , onde V_p é o conjunto das medianas do problema, com a característica de que a soma das distâncias de cada vértice pertencente a V até seu vértice mais próximo em V_p seja a mínima possível.

Todos os vértices do referido grafo podem ser vistos como potenciais medianas.

3.1.2 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA PARA O PROBLEMA DAS P-MEDIANAS

O modelo matemático de Programação Linear Inteira Binária, que fornece a solução exata para o problema das p -medianas, pode ser apresentado da seguinte forma:

Sendo $[x_{ij}]$ a matriz de alocações, onde

$x_{ij} = 1$, se o vértice x_j é alocado ao vértice x_i e $x_{ij} = 0$, caso contrário;

$x_{ii} = 1$, se o vértice x_i é um vértice mediana e $x_{ii} = 0$, caso contrário.

O problema das p -medianas pode ser formulado como segue (CHRISTOFIDES, 1975).

$$\text{Minimizar } \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij} \quad (3.1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (3.2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ii} = p \quad (3.3)$$

$$x_{ij} \leq x_{ii} \quad (i = 1, 2, \dots, n ; j = 1, 2, \dots, n) \quad (3.4)$$

$$x_{ij} = 0 \text{ ou } 1$$

onde

[d_{ij}] é a matriz das distâncias;

a função objetivo (3.1) minimiza a distância percorrida pela frota;

(3.2) garantem que todo vértice x_j é alocado a um e somente um vértice mediana x_i ;

(3.3) garante que existem apenas p vértices medianos;

(3.4) garantem que as alocações só podem ser feitas à vértices medianos;

(3.5) impõem a integralidade, isto é, x_{ij} são variáveis binárias e só podem assumir valores 0 ou 1.

Dependendo da quantidade de pontos a serem designados, o modelo exato torna-se inviável, principalmente pelo fato das variáveis serem binárias (STEINER, 2003). Para problemas de grande porte, onde o método exato não é adequado, aplicam-se métodos aproximados que fornecem solução próxima da ótima, ou até mesmo a solução ótima.

Para uma solução aproximada deste problema, pode-se citar as heurísticas: Algoritmo Genético, Algoritmo de Teitz e Bart e a Relaxação Lagrangeana/*Surrogate*, este último proposto por NARCISO e LORENA (2004), para resolver o problema das p -medianas com restrições de capacidade.

Os métodos heurísticos para o modelo das p -medianas não capacitado têm uma vantagem prática decorrente de sua programação mais simples, intuitiva e artesanal, podendo incorporar preferências, como o efeito de uma localização nova e a manutenção de uma localização específica, contrastando com o método exato, que produz uma solução única e ótima, sem outros qualitativos (PIZZOLATO, 2004).

3.1.3 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA PARA O PROBLEMA DAS P -MEDIANAS CAPACITADO

O problema das p -medianas capacitado considera a capacidade de cada mediana, por exemplo, a oferta de vagas em cada região analisada. Parte da premissa que a demanda total de vértices alocados a uma mediana não pode ser maior que a capacidade da respectiva mediana (PIZZOLATO, 2004).

Lorena *et al.* (2001), propõem a seguinte formulação para o problema das p -medianas capacitado.

$$\text{Minimizar } \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij} \quad (3.6)$$

Sujeito a

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (3.7)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ii} = p \quad (3.8)$$

$$\sum_{j=1}^n q_j x_{ij} \leq Q_i x_{ii} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3.9)$$

$$x_{ij} = 0 \text{ ou } 1 \quad (i, j \in N) \quad (3.10)$$

onde:

$D_{ij} = [d_{ij}]$ é a matriz das distâncias;

q_j é a demanda associada ao vértice j ;

Q_i é a capacidade da mediana i ;

$[x_{ij}]$ é a matriz de alocações, com $x_{ij} = 1$ se o vértice x_j é alocado ao vértice x_i e $x_{ij} = 0$ caso contrário;

$x_{ii} = 1$, se o vértice x_i é um vértice mediana e $x_{ii} = 0$, caso contrário.

p é o número de medianas

n é o número de vértices, e $N = \{1, \dots, n\}$;

a função objetivo (3.6) minimiza a distância percorrida;

(3.7) garantem que todo vértice x_j é alocado a um e somente um vértice mediana x_i ;

(3.8) garantem que existem apenas p vértices medianos;

(3.9) impõe que a capacidade total das medianas deve ser respeitada;

(3.10) impõem a integralidade, isto é, x_{ij} são variáveis binárias.

3.2 ROTEAMENTO DE VEÍCULOS

O roteamento de veículos é, primariamente, um problema espacial, supõe-se que não existam restrições temporais ou de outra natureza que tenham impacto sobre a decisão de roteamento, exceto as restrições quanto ao comprimento máximo da Rota (BODIN *et al.*, 1983). Assim, dado um conjunto de nós e/ou arcos que devem ser atendidos por M veículos, sem restrições sobre quando ou qual a seqüência em que estes clientes devem ser servidos, o problema de roteamento de veículos constrói M Rotas viáveis, uma para cada veículo; onde uma rota é uma seqüência de pontos que o veículo deve visitar, de maneira a atender os pontos de demanda.

Se o movimento dos veículos precisar ser monitorado tanto no tempo quanto no espaço, tem-se um problema de roteamento e *scheduling*.

Os problemas básicos de roteamento de veículos, segundo BODIN (1983), podem ser:

Problema do Caixeiro Viajante;

Problema dos Múltiplos Caixeiros Viajantes;

Problema do Carteiro Chinês;

Problema do Carteiro Chinês Capacitado;

Problema de Roteamento de nós, com Múltiplos Veículos e um único Depósito;

Problema de Roteamento de nós, com Múltiplos Veículos e Múltiplos Depósitos;

Problema de Roteamento de nós, com Múltiplos Veículos, um único Depósito e Demandas Estocásticas.

3.1.4 O PROBLEMA DO CAIXEIRO VIAJANTE (PCV)

Seja o grafo $G = [N, A, C]$, sendo N o conjunto de nós, A o conjunto de arcos e $C = [c_{ij}]$ a matriz de custos, isto é c_{ij} informa a distância a ser percorrida entre o nó i e o nó j .

O Problema do Caixeiro Viajante requer a determinação de um itinerário de custo mínimo que passa através de cada nó do grafo exatamente um vez (um ciclo hamiltoniano) e retorna à sede.

Se o custo de viajar entre dois locais não depender do sentido do deslocamento, tem-se um PCV simétrico, do contrário, tem-se um PCV direcionado ou assimétrico.

GOLDEN *et al.* (1980) consideram um conjunto de problemas com tamanhos variando entre 25 e 150 nós e dão algumas orientações quanto a qual procedimento PCV deve ser utilizado na situação específica.

3.1.5 MODELO MATEMÁTICO DO MÉTODO EXATO PARA O PCV

A busca pela solução ótima para o PCV é viável apenas para problemas pequenos, com menos de 100 nós (BODIN *et al.*, 1983).

Sejam os custos de deslocamento entre o nó i e o nó j simétricos, isto é $c_{ij} = c_{ji}$ e $c_{ii} = \infty$ para $i = 1, 2, \dots, n$.

É possível associar um Problema de Designação à todo PCV. Uma formulação baseada em designação para o problema, seleciona a matriz $X = [x_{ij}]$ de variáveis de decisão de tal maneira que exatamente um arco (i, j) emana de cada nó i e exatamente um arco (i, j) é direcionado a entrar em cada nó j , designando cada nó para seu nó sucessor na rota. Mesmo assim,

uma solução viável para o Problema de Designação pode não representar uma solução viável para o PCV, pois os requerimentos de designação por si só não garantem que a matriz X corresponderá a uma única rota. Para eliminar tal possibilidade, restrições adicionais que impedem a formação de sub-rotas são impostas ao problema.

A formulação para este problema apresentada a seguir é devida a BODIN *et al.* (1980).

$$\text{Minimizar } \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij} \quad (3.11)$$

Sujeito a

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = b_j = 1 \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (3.12)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i = 1 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3.13)$$

$$X \in S \quad (3.14)$$

$$x_{ij} = 0 \text{ ou } 1 \quad (3.15)$$

onde

$x_{ij} = 1$, se o arco (i, j) está na rota e $x_{ij} = 0$, caso contrário;

a função objetivo (3.11) minimiza a distância percorrida;

(3.12) e (3.13) designam cada nó para seu sucessor na rota;

(3.15) impõe a integralidade, isto é, x_{ij} são variáveis binárias e só podem assumir valores 0 ou 1; e

(3.14) evita a formação de sub-rotas.

As possíveis escolhas para S incluem:

$$S = \left\{ (x_{ij}) : \sum_{i \in Q} \sum_{j \notin Q} x_{ij} \geq 1 \quad \forall \text{ subconjunto próprio não vazio } Q \text{ de } N \right\} \quad (3.16)$$

$$S = \left\{ (x_{ij}) : \sum_{i \in R} \sum_{j \in R} x_{ij} \leq |R| - 1 \quad \forall \text{ subconjunto próprio não vazio } R \text{ de } \{1, 2, \dots, n\} \right\} \quad (3.17)$$

3.1.6 MÉTODOS HEURÍSTICOS PARA RESOLVER O PCV

Um problema é dito *P* (polinomial) quando o número de operações necessárias para a obtenção da solução ótima é limitado, no pior caso, por uma função polinomial. KARP (1972), mostrou que o PCV é um problema *NP*-Completo, isto é, o número de operações para a obtenção de sua solução ótima é dado por uma função não polinomial.

As abordagens heurísticas para a solução do PCV fazem-se importantes devido a este fato e podem ser enquadradas nas seguintes categorias (BODIN et al., 1983) :

Procedimentos de Construção de Rotas: geram uma rota inicial a partir da matriz de distâncias. Pode-se citar os algoritmos de economias de Clarke e Wright, Heurística de Christofides. e algoritmos de inserção (inserção mais próxima, inserção mais econômica, inserção arbitrária, dentre outras;

Procedimentos de Melhoria de Rotas: tentam encontrar uma rota melhor, dada a rota inicial. As melhores heurísticas conhecidas para o PCV são as de troca de ramos, *2-opt* e *3-opt*, que geram excelentes soluções para os PCV de grande escala numa quantidade razoável de tempo;

Procedimentos Compostos: constróem uma rota inicial a partir de um dos procedimentos de construção de rotas e depois tentam encontrar uma rota melhor, utilizando um ou mais procedimentos de melhoria de rotas no mesmo problema.

3.1.7 PROBLEMA DOS MÚLTIPLOS CAIXEIROS VIAJANTES – PMCV

O Problema dos Múltiplos Caixeiros Viajantes é um Problema do Caixeiro Viajante onde mais de um veículo deve ser monitorado.

No PMCV, M caixeiros devem visitar os nós de uma rede dada de tal maneira que a distância total percorrida por todos os caixeiros seja mínima. Cada caixeiro deve viajar através de uma sub-rota, que devem incluir um depósito comum, e cada nó deve ser visitado exatamente uma vez por exatamente um caixeiro, exceto o depósito (BODIN *et al.*, 1983).

A formulação matemática para o PMCV é uma extensão natural do PCV, com as mesmas definições de variáveis do problema anterior, com a diferença que a equação (3.19) exige a atuação dos M caixeiros.

$$\text{Minimizar } \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij} \quad (3.18)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = b_j = \begin{cases} M & \text{se } j = 1 \\ 1 & \text{se } j = 2, 3, \dots, n \end{cases} \quad (3.19)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i = \begin{cases} M & \text{se } i = 1 \\ 1 & \text{se } i = 2, 3, \dots, n \end{cases} \quad (3.20)$$

$$X \in S \quad (3.21)$$

$$x_{ij} = 0 \text{ ou } 1 \quad (3.22)$$

Sugestões de conjuntos S de restrições que inibem a formação de sub-rotas dentro de uma mesma Rota foram apresentadas anteriormente, na formulação do PCV.

PMCV's podem ser convertidos em PCV's através da criação de M cópias do depósito central, cada uma conectada com os outros nós de acordo

com a configuração real. Utilizando esta técnica, pode-se resolver PMCVs utilizando qualquer algoritmo de PCV conhecido. Entretanto, LAPORTE E NORBERT (1980) relatam que é muito mais eficiente resolver o PMCV diretamente, utilizando uma abordagem de relaxação de restrições.

3.1.8 O PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS COM UM ÚNICO DEPÓSITO

O Problema Clássico de Roteamento de Veículos difere do Problema dos Múltiplos Caixeiros Viajantes, pois traz restrições adicionais quanto às capacidades de cada veículo da frota e tempo máximo que cada veículo tem para cumprir seu roteiro.

Seu objetivo também é construir rotas, a partir de um depósito central, que sirva os diversos pontos de demanda, de modo a minimizar a distância total percorrida pela frota inteira.

A formulação apresentada é devida a GOLDEN *et al.* (1977).

Sejam n o número de nós, NV o número de veículos, k_v a capacidade do veículo v , t_v o tempo máximo permitido para a Rota do veículo v , d_i a demanda no nó i ($d_1 = 0$, se o nó 1 for considerado o depósito), t_{iv} o tempo necessário para o veículo v visitar o nó i ($t_{1v} = 0$), t_{ijv} o tempo de viagem do veículo v do nó i ao nó j (se $i = j$, então $t_{iiv} = \infty$), c_{ij} o custo de viagem do nó i até o nó j e x_{ijv} a variável de decisão do problema, tal que:

$$x_{ijv} = \begin{cases} 1, & \text{se o arco } (i, j) \text{ é percorrido pelo veículo } v \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$\text{Minimizar } \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{v=1}^{NV} c_{ij} x_{ijv} \quad (3.23)$$

Sujeito a

$$\sum_{i=1}^n \sum_{v=1}^{NV} x_{ijv} = 1 \quad (j = 2, 3, \dots, n) \quad (3.24)$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{v=1}^{NV} x_{ijv} = 1 \quad (i = 2, 3, \dots, n) \quad (3.25)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ipv} - \sum_{j=1}^n x_{pjv} = 0 \quad (v = 1, 2, \dots, NV; p = 1, 2, \dots, n) \quad (3.26)$$

$$\sum_{i=1}^n d_i \left(\sum_{j=1}^n x_{ijv} \right) \leq K_v \quad (v = 1, 2, \dots, NV) \quad (3.27)$$

$$\sum_{i=1}^n t_{iv} \sum_{j=1}^n x_{ijv} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n t_{ijv} x_{ijv} \leq T_v \quad (v = 1, 2, \dots, NV) \quad (3.28)$$

$$\sum_{j=2}^n x_{1jv} \leq 1 \quad (v = 1, 2, \dots, NV) \quad (3.29)$$

$$\sum_{i=2}^n x_{i1v} \leq 1 \quad (v = 1, 2, \dots, NV) \quad (3.30)$$

$$X \in S \quad (3.31)$$

$$x_{ijv} = 0 \text{ ou } 1 \text{ para todos } i, j, v \quad (3.32)$$

onde

a função objetivo (3.23) determina que a distância total deve ser minimizada.

(3.24) e (3.25) garantem que cada nó de demanda é atendido por exatamente um veículo;

(3.26) representam a continuidade da rota, isto é, se um veículo entra em um nó de demanda, ela deverá sair do nó;

(3.27) são as restrições de capacidade dos veículos;

(3.28) são as restrições de tempo gasto na rota;

(3.29) e (3.30) garantem que a disponibilidade dos veículos não será excedida;

(3.31), que impedem a formação de sub-rotas, podem ser quaisquer das equações especificadas anteriormente;

(3.32) impõem a integralidade, isto é, x_{ij} são variáveis binárias e só podem assumir valores 0 ou 1.

Já que as restrições (3.24) e (3.25) implicam na (3.26) e que as restrições (3.26) e (3.27) implicam na (3.30), as mesmas podem ser suprimidas do modelo por serem redundantes.

Quando as restrições (3.27) e (3.28) puderem ser ignoradas, o modelo reduz-se a um PMCV.

3.2.6 O PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS COM MÚLTIPLOS DEPÓSITOS

O PRV de Múltiplos Depósitos é uma generalização do PRV de Depósito Único, com a diferença de que agora a frota de veículos deve servir M depósitos e não somente um como no caso anterior.

Sua formulação é dada substituindo as equações (3.29) e (3.30) do modelo de Depósito Único, apresentado em 3.3.5, pelas novas restrições:

$$\sum_{i=1}^M \sum_{j=M+1}^n x_{ijv} \leq 1 \quad (v = 1, 2, \dots, NV) \quad (3.33)$$

$$\sum_{p=1}^M \sum_{i=M+1}^n x_{ipv} \leq 1 \quad (v = 1, 2, \dots, NV) \quad (3.34)$$

onde os nós 1, 2, ..., M representam os depósitos.

As restrições de quebra de sub-rotas também devem ser redefinidas, levando em consideração os novos índices.

$$S = \left\{ (x_{ij}) : \sum_{i \in Q} \sum_{j \notin Q} x_{ij} \geq I \quad \forall \text{ subconjunto próprio não vazio } Q \text{ de } \{1, 2, \dots, M\} \right\} \quad (3.35)$$

$$S = \left\{ (x_{ij}) : \sum_{i \in R} \sum_{j \in R} x_{ij} \leq |R| - I \quad \forall \text{ subconjunto não vazio } R \text{ de } \{M+1, M+2, \dots, n\} \right\} \quad (3.36)$$

Algumas heurísticas para resolução de PRV de múltiplos depósitos podem ser encontradas em BODIN *et al.* (1983).

3.2 O PROBLEMA DE TRANSPORTE

O Problema de Transporte visa minimizar o custo despendido para atender n centros consumidores (destinos) a partir de m centros fornecedores (origens) .

Sejam a_1, a_2, \dots, a_n as quantidades disponíveis em cada origem (as ofertas); b_1, b_2, \dots, b_n as quantidades necessárias em cada destino (as demandas) e c_{ij} o custo do transporte entre a origem i e o destino j .

Sendo x_{ij} a quantidade a ser transportada da origem i ao destino j , o modelo para o Problema de Transporte é apresentado a seguir, ZIONTS (1974).

$$\text{Minimizar } \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (3.37)$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (3.38)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (3.39)$$

$$x_{ij} \geq 0 \text{ e inteiras} \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (3.40)$$

onde a função objetivo (3.37) visa minimizar os custos de transporte; o primeiro conjunto de restrições (3.38) determina que a quantidade a ser transportada a partir da origem i deve ser igual à oferta a_i ; o segundo conjunto de restrições (3.39) determina que a quantidade a ser transportada para o destino j seja igual à demanda b_j e o terceiro conjunto de restrições (3.40) define o problema de Programação Linear Inteira.

O Problema de Designação ou atribuição, que é um caso particular do Problema de Transporte, é um dos problemas clássicos da Pesquisa Operacional e consiste em atribuir uma tarefa a um único recurso e onde cada recurso pode ser usado em somente uma tarefa (ACKOFF e SASIENI, 1971). A formulação do problema de designação tem as mesmas características que a formulação do problema de transporte, mostrado anteriormente, com a diferença que $a_i = b_j = 1$ e que as variáveis $x_{ij} = 0$ ou 1 .

3.3 ALGORITMOS GENÉTICOS

Os Algoritmos Genéticos (AG's) constituem um método de otimização inspirado no processo Darwiniano de seleção natural dos seres vivos e fazem parte de uma classe de técnicas computacionais, inspiradas na evolução natural, denominada de Computação Evolucionista (BARBOSA, 1997).

Embora os AG's nem sempre encontrem a solução ótima para um determinado problema, na maioria das vezes são capazes de encontrar uma

solução quase ótima, o que é aceitável quando consideram-se problemas complexos, onde os métodos convencionais normalmente são inviáveis devido ao esforço computacional que seria necessário para resolvê-los (NUNES, 1998).

Segundo GREFENSTETTE (1986), um AG é um procedimento iterativo que mantém uma *população* de *indivíduos*, que representam as possíveis soluções para um determinado problema. A cada *geração* (iteração), os indivíduos da população passam por uma avaliação que verifica sua capacidade de oferecer uma solução satisfatória para o problema. Esta avaliação é feita conforme uma função que recebe o nome de função de aptidão, ou função de *fitness*.

De acordo com esta avaliação, alguns indivíduos são *selecionados*, conforme uma regra probabilística, para passar por um processo de *recombinação*, ou seja, aplicam-se os *operadores genéticos* sobre os indivíduos selecionados para gerar uma nova população de possíveis soluções. Supõe-se que a população, em média, vai ficando incrementalmente mais apta para solucionar o problema.

Após um grande número de gerações, de acordo com algum critério de parada, o indivíduo mais apto até então é uma possível solução para o problema (as palavras em itálico mostram termos da biologia utilizados no Algoritmo Genético).

Dentre os principais fatores que têm feito dos AG's técnicas bem sucedidas, destacam-se: a simplicidade de operação, facilidade de implementação, eficácia na busca da região onde provavelmente encontra-se o máximo global, ser aplicável em situações onde não se conhece o modelo matemático ou se este for impreciso, em funções lineares e não-lineares (DIAS e BARRETO 1998).

A estrutura genérica, que traduz a maior parte dos AG's pode ser apresentada da seguinte forma (BARBOSA, 1997):

Algoritmo Genético genérico

Inicialize a população

Avalie os indivíduos da população

Repita

Selecione os indivíduos para recombinação

Aplique os operadores genéticos de cruzamento e mutação

Avalie os indivíduos na população

Selecione os indivíduos para sobreviver

Até que o critério de parada seja satisfeito

Na maioria dos AGs assume-se que cada indivíduo seja constituído de um único cromossomo, razão pela qual é comum usarem-se os termos “indivíduo” e “cromossomo” indistintamente em trabalhos científicos e livros-texto (TANOMARU, 1995).

3.4.1 ELEMENTOS DO ALGORITMO GENÉTICO

Função de Aptidão

Na natureza, os seres vivos são selecionados naturalmente com base no seu grau de adaptabilidade ao meio ambiente. O valor da função de aptidão, também chamada de função de *fitness*, expressa o grau de adaptação de cada indivíduo para solução de um dado problema; isto é, indivíduos que melhor resolverem o problema terão maior chance de serem selecionados para recombinação (BOBEL, 2003).

Seleção

O objetivo deste elemento é escolher os melhores indivíduos para formar uma nova população.

Diversos métodos de seleção podem ser aplicados em AG's porém, os mais utilizados são:

O método de seleção da *roleta* estabelece que a probabilidade p_i do i -ésimo indivíduo da população vir a ser selecionado para recombinação é proporcional à sua aptidão relativa.

isto é:
$$p_i = \frac{f_i}{\sum_{j=1}^n f_j}$$

Onde f_i é o valor da função de aptidão do indivíduo i e n é o número de indivíduos da população.

O método de seleção do *ranking* utiliza a posição relativa do indivíduo na população, isto é, os indivíduos são ordenados por valores decrescentes de suas funções de aptidão. Desta maneira, o primeiro indivíduo do *ranking* tem maior probabilidade de ser selecionado para recombinação.

Outro método utilizado é o do *torneio*, que consiste em selecionar o indivíduo de melhor aptidão entre k indivíduos, sorteados aleatoriamente na população. O selecionado é considerado o “vencedor” do torneio.

Recombinação

Dependendo da forma com que os novos indivíduos são inseridos na população, pode-se citar basicamente dois tipos de Algoritmos Genéticos (BARBOSA, 1997).

O primeiro tipo é chamado de AG *generacional*. Nele, toda a população é substituída pelos novos indivíduos gerados após o processo de seleção e aplicação dos operadores genéticos. Neste processo, toda a população atual é substituída pela nova, o que gera o risco de perderem-se bons indivíduos. Para evitar este problema, pode-se utilizar um procedimento chamado *elitismo*, que consiste em passar para a geração seguinte cópias de alguns dos melhores indivíduos.

O outro tipo de AG é conhecido como *steady-state*, e caracteriza-se por gerar apenas um indivíduo de cada vez, sendo que o novo indivíduo pode ou não ser aceito e passado para a geração seguinte. Normalmente, ele é transmitido para a próxima geração se o seu valor de *fitness* for melhor do que o pior valor de *fitness* dos indivíduos da população anterior.

Operadores Genéticos

São operadores aplicados sobre os indivíduos que foram selecionados para recombinação. Dentre os inúmeros operadores genéticos propostos por GOLDBERG (1989), citam-se a recombinação (ou *crossover*), a mutação e a inversão.

O operador genético de *crossover* cria novos indivíduos através da recombinação de partes diferentes de dois “cromossomos-pai” selecionados.

Para o *crossover simples de um ponto*, escolhe-se aleatoriamente um ponto de *crossover* no intervalo $[1, L-1]$, onde L é o comprimento do cromossomo. Com isto, dois novos indivíduos, f_1 e f_2 , são gerados através da troca de material genético entre os cromossomos p_1 e p_2 , chamados

cromossomos pais. A próxima ilustração mostra a aplicação do *crossover* de um ponto entre os alelos¹ 5 e 6.

p_1 : 11111 111111	f_1 : 11111 0000 00
p_2 : 00000 000000	f_2 : 00000 111111

O *crossover de dois pontos* também é um operador bastante utilizado. Consiste em sortear duas posições e trocar o material genético que está localizado entre elas, conforme mostra a próxima ilustração.

p_1 : 111111 111 111111	f_1 : 111111 000 111111
p_2 : 000000 000 000000	f_2 : 000000 111 000000

A *mutação* é, possivelmente, o operador genético mais simples de ser implementado. Consiste em inverter um alelo (*bit*) escolhido aleatoriamente no cromossomo. Seus objetivos são:

Aperfeiçoamento do algoritmo através da introdução de novos indivíduos (novas soluções) ainda não presentes na população.

Proteção do algoritmo contra perda acidental irreversível de informação genética, após sucessivas recombinações.

LOPES (1996) sugere que a taxa de mutação seja mantida num valor baixo, com o objetivo de evitar que o algoritmo se torne uma busca aleatória e que não interfira significativamente nos demais operadores utilizados. Por outro lado, se a taxa for demasiadamente baixa, haverá pouca possibilidade de recuperar-se informação genética perdida em recombinações anteriores.

A ilustração a seguir exemplifica uma mutação.

¹ Alelo: representa a informação contida em cada gene.

p_1 : 111111 1 111111

f_1 : 111111 0 111111

A *inversão* é um operador genético que reordena as posições dos genes dentro do cromossomo. Dois pontos de inversão são escolhidos aleatoriamente e os genes entre estes dois pontos são trocados de lugar. A inversão é mais utilizada em problemas onde o comprimento dos cromossomos é bastante grande.

Em termos práticos, uma inversão tem um efeito semelhante a várias mutações (LOPES, 1996).

A próxima ilustração representa uma inversão:

p_1 : 1111 0011 0000

f_1 : 1111 1100 0000

Outras formas de se trabalhar com operadores genéticos podem ser encontradas em GOLDBERG (1989).

4 ABORDAGEM DO PROBLEMA REAL ATRAVÉS DE TÉCNICAS DA PESQUISA OPERACIONAL

4.1 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

No semestre analisado, os clientes da Agência do Portão estavam distribuídos em 48 Rotas de Leitura, com numeração não seqüencial, conforme mostra o mapa da figura 4.1, e as 48 Rotas de Leitura estavam agrupadas em sete Setores de Atendimento para facilitar a distribuição de tarefas entre as seis equipes de eletricitas disponíveis para execução dos serviços solicitados.

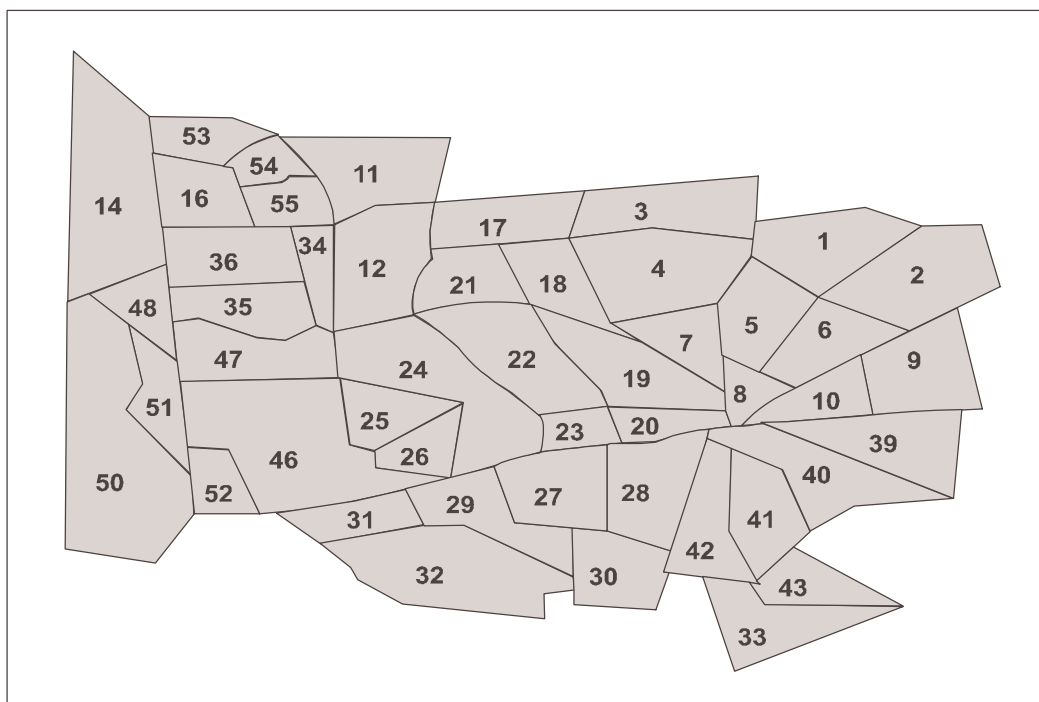
Assim, pelo fato de haver somente seis equipes para atender as 48 Rotas de Leitura da referida Agência, buscou-se analisar com maior detalhamento as respostas obtidas para 6 medianas. Mesmo assim, para comprovar-se a utilidade e eficácia do modelo exato para resolução deste problema, foram feitas simulações para outros números de medianas (de 5 a 9).

O problema é, então, determinar o melhor agrupamento de Rotas de Leitura em Setores de Atendimento, de maneira a homogeneizar a distribuição dos serviços entre as diversas equipes de eletricitas, levando em consideração a distância percorrida entre as Rotas de Leitura e os minutos trabalhados em cada Setor.

4.2 CONSTRUÇÃO DO GRAFO

A figura 4.1, mostra a área de abrangência da Agência do Portão com suas divisões atuais de Rotas de Leitura.

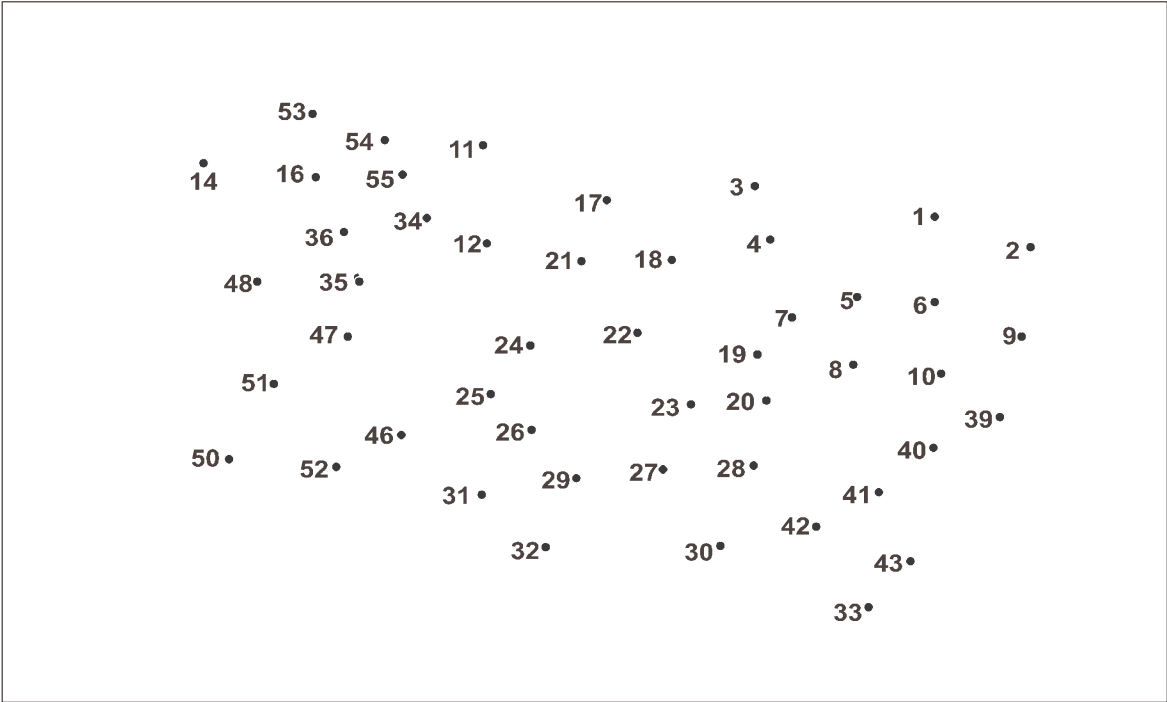
FIGURA 4.1: ROTAS DE LEITURA ATENDIDAS PELA AGÊNCIA DO PORTÃO



Para construção do grafo, cada Rota de Leitura foi substituída por um vértice, geograficamente próximo ao seu geocentro, ou centróide. Este vértice representa o ponto que concentra todas as solicitações de serviços daquela Rota. A distância entre os vértices é dada pela distância real entre os geocentros das Rotas.

Assim, criou-se o grafo $G = (N, A)$, apresentado na figura 4.2, com $N = \{1, 2, \dots, 48\}$ vértices, representando os geocentros das Rotas da área em estudo. Para cada vértice $i \in N$ está associado o peso m_i , que representa os minutos trabalhados na $rota(i)$, e a cada par de vértices (i, j) está associada uma distância $d(i, j)$. A matriz $[d_{ij}]$ reúne as distâncias entre todos os pares de vértices.

FIGURA 4.2: GRAFO FORMADO COM OS CENTRÓIDES DE CADA UMA DAS ROTAS DE LEITURA



4.3 OBTENÇÃO E MANIPULAÇÃO DOS DADOS

A COPEL possui em seu banco de dados informações detalhadas sobre cada solicitação que recebe diariamente. O quadro 4.1 mostra a formatação das informações disponíveis para cada solicitação.

QUADRO 4.1: INFORMAÇÕES DISPONÍVEIS NO BANCO DE DADOS DA COPEL PARA UMA SOLICITAÇÃO

C3670	---	Planilha	---	Importante	---	Envio	---	Serviço	Comercial	---
87748009/01/01	---	N	---	0311	---	PAO1	---	86730-01-005-199077	---	28/02/05
15:15:00	---	03/03/05	---	15:15	---	DESLIGAR A PEDIDO, IMOVEL VAZIO, LIVRE ACESSO	---	R GOIAS 191/ AGUA VERDE	---	GERALDO SILVA
---	---	MONOFÁSICA	---	28/02/05	---	15:15:00	---	01/03/05	---	07:49
---	---	01/03/05	---	07:49	---	01/03/05	---	07:49	---	---

Como nem todas as informações mostraram-se necessárias para o desenvolvimento do presente trabalho, os dados completos, conforme o quadro 6, foram armazenados em planilhas do *Excel* e foram filtrados, de maneira a preservar somente as informações relevantes, conforme mostra o quadro 4.2.

QUADRO 4.2: LINHA DA PLANILHA UTILIZADA NO TRABALHO

Equipe	Documento	Tipo Serviço	Setor	Local	Rota	Conta	Data Recebimento
C3670	89948009/01/01	311	PAO1	86730	5	177011	28/02/05

Após a criação das planilhas com os dados diários dos serviços comerciais solicitados na Agência do Portão, foram feitos vários filtros para obter as quantidades de solicitações feitas:

por Mês;
 por Tipo de Serviço;
 por Rota de Leitura; e
 por Setor de Atendimento.

4.4 DEFINIÇÃO DOS PESOS (MINUTOS)

De posse das informações de quantos e quais tipos de serviço foram solicitados em uma referida Rota, determinou-se que os dados seriam analisados mensalmente.

Analisando os quadros 4.3 e 4.4, tem-se a errônea interpretação de que a equipe que atende a Rota 1 ficou mais ocupada no mês de março, pois recebeu mais solicitações.

Porém, conforme já mostrado no quadro 2.4, da seção 2.3.2, os tempos médios de execução das diversas tarefas são distintos. Devido a este fato, observou-se que o levantamento de dados por quantidade de serviços solicitados (ver anexo 2) não fornecia uma análise real da situação, pois cada serviço requer uma quantidade de tempo diferente para ser executado.

QUADRO 4.3: QUANTIDADE DE SERVIÇOS SOLICITADOS NA ROTA 1 NO MÊS DE MARÇO DE 2005

Quantidade	Tipo Serviço	Rota	Região
1	101	1	PAO 3
2	102	1	PAO 3
21	311	1	PAO 3
1	3250	1	PAO 3
2	3406	1	PAO 3
1	3610	1	PAO 3
1	3615	1	PAO 3
3	3621	1	PAO 3
1	3705	1	PAO 3
1	3715	1	PAO 3
4	9901	1	PAO 3
TOTAL : 38			

QUADRO 4.4: QUANTIDADE DE SERVIÇOS SOLICITADOS NA ROTA 39 NO MÊS DE MARÇO DE 2005

Quantidade	Tipo Serviço	Rota	Região
1	101	39	PAO 2
1	102	39	PAO 2
7	311	39	PAO 2
5	3270	39	PAO 2
1	3271	39	PAO 2
1	3307	39	PAO 2
3	3404	39	PAO 2
1	3605	39	PAO 2
3	3611	39	PAO 2
1	3615	39	PAO 2
1	3621	39	PAO 2
3	3710	39	PAO 2
3	3715	39	PAO 2
TOTAL : 31			

Assim sendo, optou-se por transformar a quantidade de serviços solicitados em quantidade de minutos necessários para executar as solicitações (ver anexo 3), de acordo com a média de tempos de execução. Os quadros 4.5 e 4.6 a seguir são os mesmos quadros 4.3 e 4.4, acrescidos de duas colunas que mostram os tempos necessários para execução dos serviços.

Comparando-se os quadros 4.5 e 4.6, pode-se observar que a Rota 39 recebeu menos solicitações que a Rota 1, porém o tempo despendido pelo eletricitista para executá-las foi maior. Assim, confirma-se a melhor opção pelos minutos necessários para execução das tarefas como peso na modelagem matemática, ao invés da utilização do número de solicitações de atendimento.

QUADRO 4.5: QUANTIDADE DE SOLICITAÇÕES E MINUTOS NECESSÁRIOS PARA EXECUTAR AS TAREFAS SOLICITADAS NA ROTA 1, NO MÊS DE MARÇO DE 2005

Quantidade	Tipo Serviço	Rota	Região	TemposExecução (em minutos)	Tempo Total (em minutos)
1	101	1	3	34	34
2	102	1	3	34	68
21	311	1	3	20	420
1	3250	1	3	29	29
2	3406	1	3	21	42
1	3610	1	3	40	40
1	3615	1	3	40	40
3	3621	1	3	40	120
1	3705	1	3	40	40
1	3715	1	3	40	40
4	9901	1	3	15	60
38	TOTAIS				933

QUADRO 4.6: QUANTIDADES DE SOLICITAÇÕES E MINUTOS NECESSÁRIOS PARA EXECUTAR AS TAREFAS SOLICITADAS NA ROTA 39, NO MÊS DE MARÇO DE 2005

Quantidade	Tipo Serviço	Rota	Região	TemposExecução (em minutos)	Tempo Total (em minutos)
1	101	39	2	34	34
1	102	39	2	34	34
7	311	39	2	20	140
5	3270	39	2	29	145
1	3271	39	2	29	29
1	3307	39	2	40	40
3	3404	39	2	21	63
1	3605	39	2	40	40
3	3611	39	2	40	120
1	3615	39	2	40	40
1	3621	39	2	40	40
3	3710	39	2	40	120
3	3715	39	2	40	120
31	TOTAIS				965

4.5 ESCOLHA DO MÉTODO MATEMÁTICO PARA SOLUÇÃO DO PROBLEMA REAL

Conforme já comentado, a proposta do trabalho é determinar a área de atuação de cada equipe de eletricitas através da formação de Setores de Atendimento, compostos apenas por Rotas de Leitura adjacentes, levando-se em consideração a distribuição homogênea das tarefas entre as equipes.

A determinação da área de influência de cada Setor pode ser determinada por diversos métodos, como o Diagrama de Voronoi, o método da bolha (círculos concêntricos sem intersecção), p -medianas e outros. O sistema mais popular é o método das p -medianas, que se baseia no critério de menor distância e simboliza o deslocamento do cliente até a facilidade mais próxima (PIZZOLATO, 2004). O modelo das p -medianas supõe que

tanto as demandas quanto as facilidades estejam localizadas nos vértices.

Como, além da distância percorrida pelo veículo, também interessa a divisão homogênea de tarefas por equipe, o algoritmo das p -medianas capacitado mostrou-se o mais indicado para o presente trabalho.

4.5.1 APLICAÇÃO DO PROBLEMA DAS P -MEDIANAS CAPACITADO

O modelo das p -medianas pode ser visto como o problema de tomar os N vértices de um grafo e agrupá-los em p conjuntos, em torno de um vértice mediano, onde existe ou deveria existir uma facilidade.

No problema real abordado neste trabalho, tem-se a necessidade de tomar 48 vértices, que são os centróides das Rotas de Leitura, e agrupá-los em 6 medianas, que é o número de equipes de eletricitas disponíveis na Agência do Portão atualmente para o atendimento aos serviços comerciais.

Como também é procurada uma melhor distribuição na quantidade de tarefas entre as diversas equipes, acrescentaram-se restrições de capacidade ao modelo supra citado, caracterizando a modelagem do problema das p -medianas.

Os parâmetros utilizados nas restrições de capacidade do modelo das p -medianas capacitado foram obtidos através da média aritmética dos minutos necessários para executar as solicitações mensais (anexo 3), pois as simulações foram feitas mês a mês.

Baseado nas informações do quadro 4.7, a seguir, as capacidades $M(k)$ de cada mediana ($k = \{dez, jan, \dots, mai\}$), foram obtidas dividindo-se o tempo total $T(k)$ (em minutos) pelo número p , que representa o número de Setores de Atendimento desejados. Para dar uma maior flexibilidade ao

modelo, utilizaram-se os fatores de tolerância α e β (os menores possíveis para obtenção da factibilidade do algoritmo) multiplicando-os pela média dos minutos $M(k)$.

QUADRO 4.7: OBTENÇÃO DO TOTAL DE MINUTOS TRABALHADOS POR MÊS

MINUTOS TRABALHADOS POR MÊS E POR ROTA						
ROTAS	DEZEMBRO	JANEIRO	FEVEREIRO	MARÇO	ABRIL	MAIO
1	1320	1484	829	933	496	844
2	710	549	790	441	366	352
3	1675	1420	1097	1541	1254	906
4	740	1305	1148	1018	1202	1144
5	1544	1190	1448	2149	1412	2136
...
...
...
50	390	282	484	798	801	1014
51	1007	693	1793	1217	1343	1747
52	1936	1763	1251	2846	1741	1733
53	99	218	130	408	227	49
54	398	198	301	402	854	1110
55	682	337	242	1018	254	560
62	244	763	690	638	670	762
TOTAIS:T(i)	42536	40540	44521	50431	46313	49064

Exemplificando o procedimento adotado para determinação das capacidades das medianas, segue o cálculo de $M(dez)$ que é a média dos minutos trabalhados em dezembro.

$$M(dez) = \frac{T(dez)}{p} = \frac{42536}{6} = 7089,33$$

O ideal seria que cada equipe tivesse despendido exatamente 7089,33 minutos na execução de suas tarefas no mês de dezembro. Porém, verificou-se que a obtenção da igualdade na divisão dos minutos trabalhados por equipe é improvável na maior parte das situações, devido à impossibilidade de alterar-se o número de consumidores por Rota de Leitura, que é uma área geográfica predeterminada que não permite variação na quantidade de consumidores das Rota.

Por este motivo, incluíram-se no modelo das p -medianas capacitado os fatores de tolerância (α e β). Vários testes foram realizados na busca pelos menores fatores de tolerância possíveis.

Nas simulações constantes neste trabalho, as tentativas iniciavam-se por α e $\beta = 10\%$, isto é, as tolerâncias utilizadas foram $z = 0,9.M(k)$ e $y = 1,1.M(k)$. Não se obtendo a factibilidade na resolução do modelo, os fatores de tolerância eram aumentados até obtê-la. O quadro 4.8 ilustra uma situação ocorrida nas simulações do mês de dezembro, para 7 medianas, onde foi necessário aumentar o fator de tolerância para 25% para obter-se a otimalidade do algoritmo.

QUADRO 4.8: FATOR DE TOLERÂNCIA NECESSÁRIO PARA OBTENÇÃO DA OTIMALIDADE EM UMA SIMULAÇÃO.

Fator de Tolerância	Tempo de Processamento	Número de Iterações	Resposta do Algoritmo
10%	24'57''	348.071	Infactível
20%	52' 30''	346.197	Infactível
25%	16''	1.592	Ótima

O problema das p -medianas capacitado considera a capacidade associada a cada mediana, neste caso, a média de minutos trabalhados por Setor de Atendimento. Desta maneira, o somatório dos minutos de todos os vértices (Rotas de Leitura) alocados a uma mediana (Setor de Atendimento) não pode ser maior que a capacidade da respectiva mediana (média de minutos de um dado mês, multiplicado por um fator de tolerância), representado pelas restrições a seguir.

Neste trabalho, a distância euclidiana entre os vértices foi o único parâmetro de custo considerado.

A formulação do problema das p -medianas capacitado, baseada em LORENA *et al.* (2001), é como segue.

$$\text{Min } \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij} \quad (4.1)$$

Sujeito a :

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (4.2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ii} = p \quad (4.3)$$

$$x_{ij} \leq x_{ii} \quad (i = 1, 2, \dots, n ; j = 1, 2, \dots, n) \quad (4.4)$$

$$\alpha.M.x_{ii} \leq \sum_{j=1}^n m_j x_{ij} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4.5)$$

$$\sum_{j=1}^n m_j x_{ij} \leq \beta.M.x_{ii} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4.6)$$

$$x_{ij} = 0 \text{ ou } 1 \quad (4.7)$$

onde:

$D_{ij} = [d_{ij}]$ é a matriz das distâncias, M é a média de minutos calculada para o mês k considerado;

a função objetivo (4.1) minimiza a distância total percorrida;

(4.2) garantem que todo vértice x_j é alocado a um e somente um vértice mediana x_i ;

(4.3) garantem que existem apenas p vértices medianos;

(4.4) garantem que as alocações só podem ser feitas à vértices medianos;

(4.5) e (4.6) impõem que a capacidade total das medianas deve ser respeitada; e

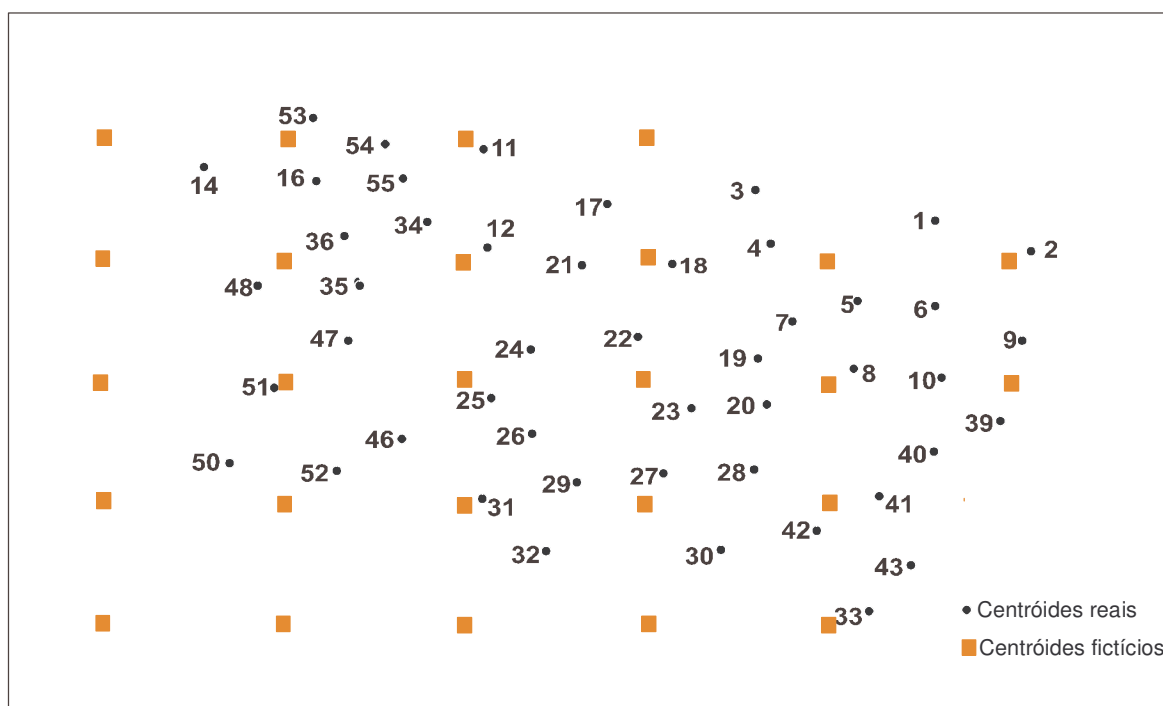
(4.7) impõem a integralidade, isto é, x_{ij} são variáveis binárias e só podem assumir valores 0 ou 1.

Utilizando o problema das p -medianas capacitado para fazer as simulações de agrupamento das Rotas de Leitura em Setores de Atendimento, observou-se em alguns casos, que o algoritmo fornecia solução ótima somente para percentuais α e β elevados, o que não resolveria o problema atual de má distribuição das tarefas entre as equipes.

Para tentar solucionar tal situação, decidiu-se aumentar o espaço de busca por medianas, aumentando-se o número de vértices através da inserção de centróides fictícios no mapa, com pesos (minutos) igual a zero.

A criação dos centróides fictícios deu-se de maneira manual, inserindo uma malha no mapa utilizado e tomando-se as coordenadas de alguns novos pontos eqüidistantes, independentes dos centróides reais, conforme pode-se visualizar na figura 4.3 a seguir. Com isto, o grafo utilizado passou a ter 74 vértices (48 reais e 26 fictícios) e uma nova matriz de distâncias foi gerada.

FIGURA 4.3: INSERÇÃO DE CENTRÓIDES FICTÍCIOS NO MAPA



Com esta nova configuração, observou-se que o algoritmo das medianas capacitado, em alguns casos, forneceu respostas melhores do que quando utilizando-se somente os centróides reais.

Devido a estes bons resultados, aumentou-se a malha sobre o mapa e, conseqüentemente, o número de pontos fictícios (passaram de 26 para 46). Outras simulações foram feitas para comparação dos resultados obtidos nas duas tentativas anteriores, porém não obtiveram-se resultados satisfatórios nesta nova tentativa, pois ao aumentar o número de pontos, o tempo de processamento computacional mostrou-se excessivo, inviabilizando sua utilização.

Assim, optou-se por fazer as simulações de duas maneiras:

- considerando somente os 48 vértices existentes, abordagem 1;
- considerando os 48 vértices existentes mais os 26 fictícios, abordagem 2.

Os quadros 4.9 e 4.10, a seguir, mostram uma comparação entre as respostas obtidas utilizando as duas simulações supra citadas. Observa-se que, na simulação com 48 centróides, não se obteve solução para o modelo mesmo aumentando o percentual de tolerância para 20%, já na simulação com 74 centróides mesmo trabalhando com um percentual menor, obteve-se a resposta ótima do algoritmo.

QUADRO 4.9: SOLUÇÃO DO ALGORITMO UTILIZANDO-SE 48 CENTRÓIDES, ABORDAGEM 1, MÊS DE DEZEMBRO

Simulação com 48 Centróides		
Número de Medianas	Tolerância	Resposta do Algoritmo
5	20%	Solução Infactível
6	10%	Solução Ótima
7	20%	Solução Infactível

QUADRO 4.10: SOLUÇÃO DO ALGORITMO UTILIZANDO-SE 74 CENTRÓIDES, ABORDAGEM 2, MÊS DE DEZEMBRO

Simulação com 74 Centróides		
Número de Medianas	Tolerância	Resposta do Algoritmo
5	10%	Solução Ótima
6	10%	Solução Ótima
7	10%	Solução Ótima

Porém, como tal comportamento não foi observado com regularidade, optou-se por fazer as duas simulações em todos os meses para posterior comparação dos resultados.

4.5.2 UTILIZAÇÃO DO PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS

Para obter-se uma nova abordagem para o mesmo problema, decidiu-se utilizar o algoritmo de Roteamento de Veículos para formação dos Setores de Atendimento, por ter o mesmo objetivo do modelo das p -medianas capacitado, que é minimizar a distância total percorrida pela frota, e levar em consideração as capacidades de cada veículo.

4.5.2.1 Formulação Matemática para o PRV aplicada ao problema real

A formulação matemática utilizada neste trabalho foi a apresentada na seção 3.3.5 deste trabalho, excluindo-se a restrição de tempo máximo de cada veículo para concluir o roteiro.

Sejam n = número de centróides; V = quantidade de equipes de eletricitistas; M_v = a média de minutos trabalhados no mês; m_i a quantidade de minutos trabalhados na Rota i ; d_{ij} a distância entre o vértice i e o vértice j ; x_{ij} as variáveis de decisão tais que $x_{ij} = 1$, se o arco (i, j) é percorrido pelo veículo v e $x_{ij} = 0$, caso contrário.

A formulação matemática para o PRV :

$$\text{Minimizar } \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{v=1}^V d_{ij} x_{ijv} \quad (4.8)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{v=1}^V x_{ijv} = 1 \quad (j = 2, \dots, n) \quad (4.9)$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{v=1}^V x_{ijv} = 1 \quad (i = 2, \dots, n) \quad (4.10)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{jpv} - \sum_{j=1}^n x_{piv} = 0 \quad (v = 1, \dots, V \text{ e } p = 1, \dots, n) \quad (4.11)$$

$$\alpha.M_v \leq \sum_{i=1}^n m_i \left(\sum_{j=1}^n x_{ijv} \right) \leq \beta.M_v \quad (v = 1, \dots, V) \quad (4.12)$$

$$\sum_{j=2}^n x_{1jv} \leq 1 \quad (v = 1, \dots, V) \quad (4.13)$$

$$\sum_{i=2}^n x_{i1v} \leq 1 \quad (v = 1, \dots, V) \quad (4.14)$$

$$X \in S \quad (4.15)$$

$$x_{ijv} = 0 \text{ ou } 1 \text{ para todos } i, j, v \quad (4.16)$$

onde

(4.9) e (4.10) garantem que cada vértice é atendido por somente uma

equipe;

(4.11) são de continuidade da Rota, isto é, se um veículo entra em um vértice, ele deve sair do mesmo;

(4.12) dizem respeito à capacidade, isto é cada Setor de Atendimento deve ser responsável por uma quantidade de minutos em relação à média;

(4.13) e (4.14) garantem que a disponibilidade de equipes não é excedida;

(4.16) definem o problema de Programação Linear Inteira Binária; e

(4.15) evita a formação de sub-Rotas.

As possíveis escolhas para S incluem:

$$S = \left\{ (x_{ij}) : \sum_{i \in Q} \sum_{j \notin Q} x_{ij} \geq 1 \quad \forall \text{ subconjunto próprio não vazio } Q \text{ de } N \right\} \quad (4.17)$$

$$S = \left\{ (x_{ij}) : \sum_{i \in R} \sum_{j \in R} x_{ij} \leq |R| - 1 \quad \forall \text{ subconjunto próprio não vazio } R \text{ de } \{1, 2, \dots, n\} \right\} \quad (4.18)$$

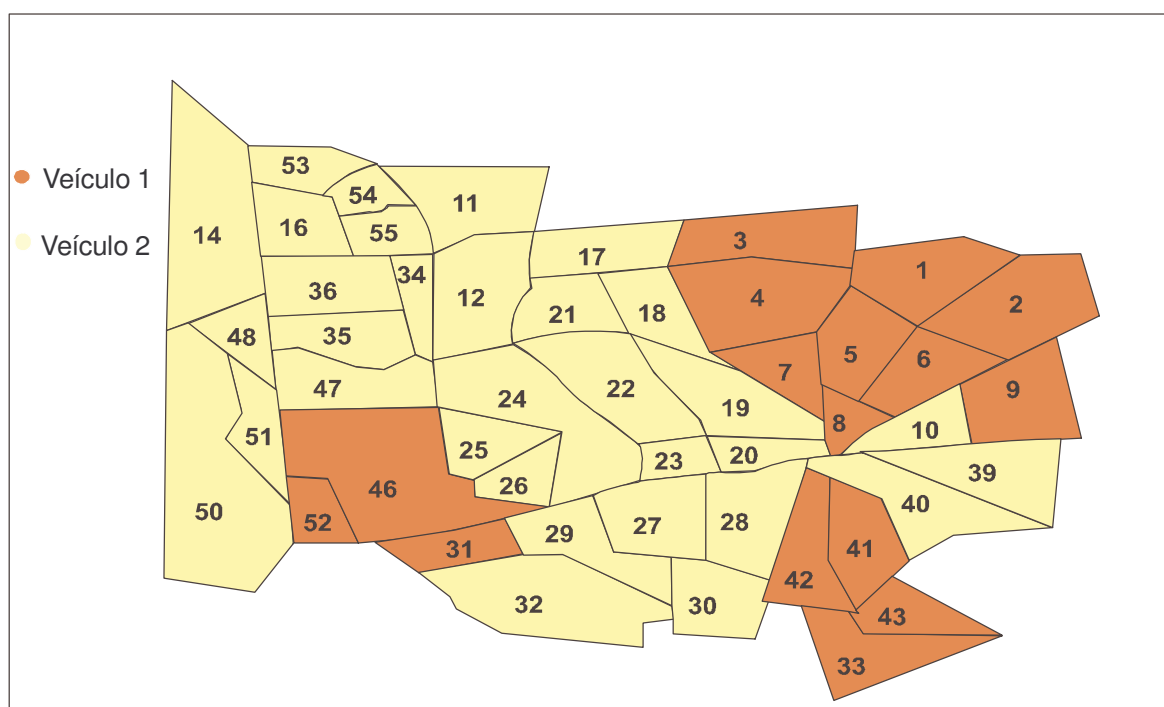
4.5.2.2 Incompatibilidade na utilização do roteamento de veículos

Devido ao número de centróides (Rotas de Leitura) ser elevado neste problema, o Problema de Roteamento de Veículos não se mostrou adequado para a solução do mesmo.

A geração das restrições de quebra de sub-rotas tornou o problema muito grande e, nos computadores disponíveis para implementação do algoritmo, impossibilitou o processamento do mesmo.

Assim, foi feita uma tentativa retirando as restrições de quebra de sub-rotas, porém, o algoritmo não apresentou respostas viáveis ao problema, gerando sub-rotas distantes para um mesmo veículo, conforme pode-se verificar no mapa da figura 4.4 , que apresenta a resposta para uma simulação de divisão da Agência do Portão em apenas dois Setores de Atendimento (veículos). Este resultado insatisfatório desmotivou a utilização do PRV neste trabalho e motivou a busca por uma nova metodologia de resolução do problema, relatada na seqüência.

FIGURA 4.4: FORMAÇÃO DE SUB-ROTAS DESCONEXAS NO PROBLEMA DE ROTEAMENTO.



4.5.3 UMA ADAPTAÇÃO DO PROBLEMA DE DESIGNAÇÃO

Para o presente trabalho, adaptou-se o problema de designação para atribuir as diversas Rotas de Leitura aos Setores de Atendimento.

4.5.3.1 Formulação do problema de designação para o presente trabalho

Sejam $i = \{1, 2, \dots, n\}$ as Rotas de Leitura e $j = \{1, 2, \dots, m\}$ os Setores de Atendimento, com $m \leq n$; d_{ij} representa a distância entre os centróides i e j ; $x_{ij} = 1$ se a Rota de Leitura i pertence ao Setor j e $x_{ij} = 0$ caso contrário.

A formulação utilizada neste modelo ficou como segue.

$$\text{Minimizar } \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m d_{ij} x_{ij} \quad (4.19)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} = 1 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4.20)$$

$$\alpha.M \leq \sum_{i=1}^n m_i x_{ij} \leq \beta.M \quad (j = 1, 2, \dots, m) \quad (4.21)$$

$$x_{ij} = 0 \text{ ou } 1 \text{ para todos } i, j \quad (4.22)$$

onde

M é a média dos minutos trabalhados no mês simulado;

a função objetivo (4.19) visa minimizar a distância total percorrida pelas equipes;

(4.20) determinam que cada Rota de Leitura será alocada a somente um Setor de Atendimento;

(4.21) determinam que o total de minutos trabalhados nas Rotas designadas para o Setor j seja aproximadamente a média de minutos do mês analisado; e

(4.22) definem o problema de Programação Linear Inteira Binária.

4.5.3.2 Simulações utilizando A.G. e o Problema de Designação

A idéia foi desenvolver um algoritmo genético que selecionasse, dentre os 48 centróides das Rotas de Leitura, p centróides distintos (onde p é o número de Setores de Atendimento desejado).

Os demais centróides ($48 - p$) seriam designados aos Setores através de uma adaptação capacitada do Problema de Designação, que seria utilizado como uma sub-rotina do algoritmo genético, onde as Rotas representariam as origens e os Setores de Atendimento os destinos.

Porém, antes mesmo de desenvolver tal algoritmo genético, o algoritmo de designação foi implementado no LINGO (Language for Interactive General Optimizer) para serem feitos alguns testes. Observou-se que, quando utilizaram-se as coordenadas das facilidades obtidas nas simulações do algoritmo das p -medianas como “endereço” dos destinos, o algoritmo de Designação agrupava de maneira eficaz as Rotas de Leitura em Setores de Atendimento. Porém, ao selecionarem-se coordenadas de centróides aleatórios como “endereço” dos destinos, o tempo computacional necessário para solução do algoritmo de designação mostrou-se muito grande, inviabilizando a utilização do mesmo como sub-rotina do Algoritmo Genético, pois possivelmente seriam necessárias muitas simulações para chegar-se a uma resposta satisfatória.

Para a utilização do Algoritmo de Designação neste problema, seria necessário desenvolver outra heurística para determinar as coordenadas dos destinos. Então, resolveu-se utilizar somente o Algoritmo Genético para determinação dos agrupamentos procurados (Setores de Atendimento).

A primeira linha representa os números das Rotas de Leitura (não faz parte do cromossomo) e a segunda, para um $cromossomo(j)$ ($j = 1, 2, \dots$, número de Setores desejado), é tal que

$$alelo(i) = \begin{cases} 1 & \text{se a rota de leitura (i) é atendida pela equipe(j)} \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}, i = (1, 2, \dots, 48)$$

A figura 4.5 mostra um indivíduo factível que poderia ser utilizado como solução inicial neste algoritmo, para uma simulação com três Setores de Atendimento (são utilizados tantos cromossomos no indivíduo quantos forem o número de Setores de Atendimento desejado). Analisando o referido indivíduo é possível observar, que:

- cada Rota é atendida por somente uma equipe, isto é, o $alelo(i) = 1$ em apenas um cromossomo do indivíduo, para $i = (1, 2, \dots, 48)$ e
- todas as Rotas atendidas por uma mesma equipe são adjacentes (figura 4.1), pois a formação de sub-regiões desconexas em um mesmo Setor de atendimento não é permitida.

Estas restrições foram impostas na geração da solução inicial.

4.5.4.2 Geração da Solução Inicial

Para geração da solução inicial foi desenvolvida uma heurística, descrita a seguir, que gera m soluções factíveis para resolução do problema e escolhe a com melhor *fitness* (neste caso, foi usado $m = 20$). A heurística só aceita um indivíduo para compor sua população se o mesmo obedecer a certas características desejadas, como: a adjacência entre Rotas atendidas por uma mesma equipe, uma Rota deve ser atendida por somente uma

equipe e a quantidade de minutos atendidos por equipe deve estar dentro de um limite aceitável que depende do fator de tolerância definido pelo usuário.

Algoritmo para Geração da Solução Inicial

1. Sorteie p Rotas de Leitura distintas ($1 < p < RL$) e chame-as de Setor(i), ($i = 1, 2, \dots, p$);
2. Sorteie um número i , tal que $1 < i < p$;
3. Verifique o total de minutos trabalhados no Setor(i)
 - 3.1 Se estiver dentro da tolerância aceitável, vá para o passo 4
 - 3.2 Senão, obedecendo a uma probabilidade, vá para o passo 4 ou volte para o passo 2;
4. Verifique entre as Rotas de Leitura não designadas qual apresenta mais pontos de adjacência com as Rotas de Leitura pertencentes ao Setor sorteado no passo 2 e designe-a para este Setor;
5. Repita de 2 a 4 até que não existam mais Rotas para serem designadas.

Sabendo-se que p é o número de Setores de atendimento informado pelo usuário ($p < RL$) e RL é o número de Rotas de Leitura existentes na agência analisada.

No passo 3, a solução inicial é aceita se o total de minutos por Setor está dentro de uma porcentagem definida de acordo com o fator de tolerância informado pelo usuário. Caso não esteja dentro do aceitável, uma probabilidade define se aceita ou não a solução “ruim”.

Para determinar os pontos de adjacência entre as diversas Rotas, no passo 4, foi criada uma matriz $A = [a_{ij}]$ de zeros e uns tal que $a_{ij} = 1$ se i for adjacente à j e $a_{ij} = 0$ caso contrário.

4.5.4.3 Função de Aptidão

A função de aptidão é dada pelo somatório das distâncias entre todas as Rotas de Leitura de um determinado Setor de Atendimento.

4.5.4.4 Operadores Genéticos

Nos indivíduos com melhores valores de função de aptidão, aceitos para recombinação, aplicaram-se os operadores genéticos. Para este problema, foram feitas duas simulações distintas, a primeira utilizando-se *crossover* e mutação e a segunda somente mutação. Pela comparação das respostas, observou-se que a utilização dos dois operadores conjuntamente trouxe melhores resultados do que ao utilizar-se apenas um isoladamente.

Mutação

Devido ao fato de o “indivíduo” utilizado neste algoritmo, como possível resposta, ser um grupo de indivíduos e não um único, como é proposto pelo Algoritmo Genético, a mutação utilizada ficou um pouco diferente da usual comentada no capítulo 3, anterior a este.

Neste trabalho, ao sortear-se um alelo do cromossomo para invertê-lo, é necessário fazer o mesmo procedimento (só que ao contrário) no mesmo alelo de outro cromossomo para evitar que a mesma Rota seja atendida por duas equipes diferentes. Logo, a mutação não pode ocorrer em um indivíduo isoladamente. A figura 4.6 traz um exemplo de o que ocorre ao aplicar-se o operador de mutação em um alelo de um indivíduo qualquer. Na população

atual, a p -ésima equipe atendia a Rota 40 e, para todos os demais indivíduos da população, o $alelo(40) = 0$. Portanto, ao fazer o $alelo(40) = 1$ no indivíduo (1), é necessário identificar qual indivíduo também possui o valor 1 para esta posição de alelo e invertê-lo.

FIGURA 4.6: EXEMPLO DE MUTAÇÃO UTILIZADA NO A.G.

Indivíduo Atual

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	40	41	42	43	44	45	46	47	48
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Cromossomo 1 (Equipe 1)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	40	41	42	43	44	45	46	47	48
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0

Cromossomo p (Equipe p)

Novo indivíduo, com mutação no alelo 40 do cromossomo 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	40	41	42	43	44	45	46	47	48
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0

Cromossomo 1 (Equipe 1)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	40	41	42	43	44	45	46	47	48
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0

Cromossomo p (Equipe p)

Para implementar esta mutação, foi desenvolvida a heurística mostrada a seguir.

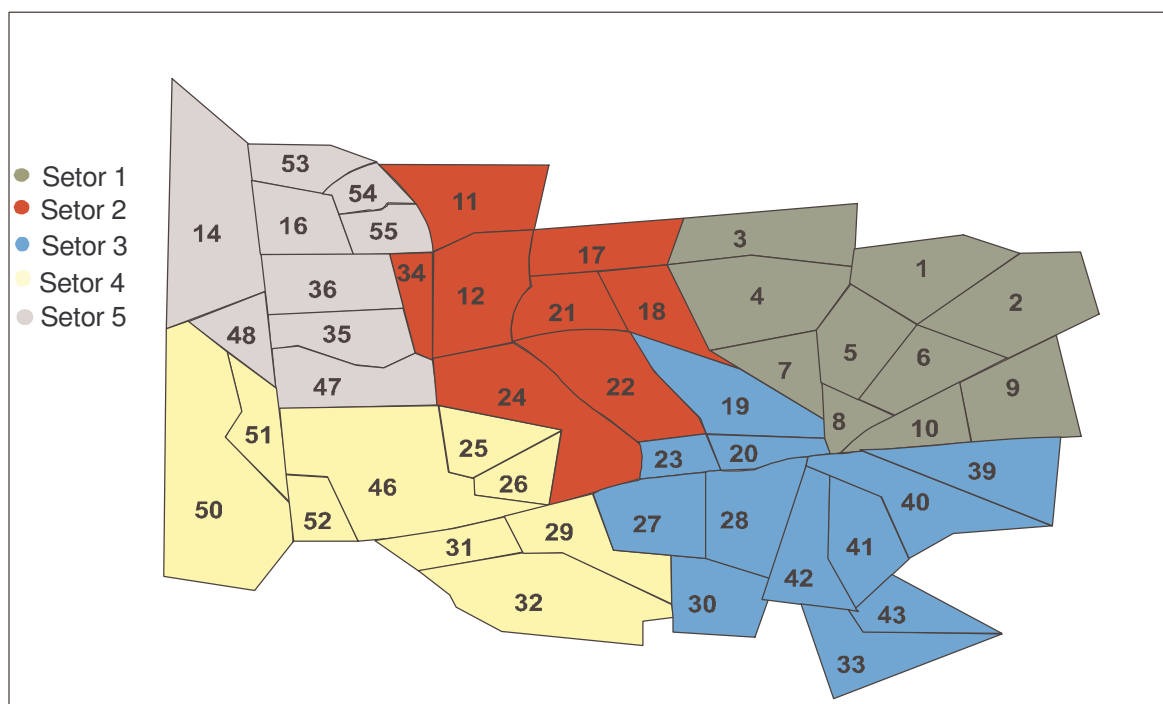
Algoritmo para Mutação

1. Sorteie um Setor (de 1 a p) e chame-o de v_1 ;
2. Sorteie um Setor adjacente   v_1 e chame-o de v_2 ;
3. Localize todas as Rotas pertencentes   fronteira dos Setores v_1 e v_2 ;
4. Sorteie, entre as Rotas do passo 3, uma pertencente   v_1 e outra a v_2 ;
5. Faça a troca destas duas Rotas.

No *passo 2*, a adjacência entre v_1 e v_2 é determinada através da matriz A (descrita no item 4.5.4.2). Se alguma Rota r_i pertencente   v_1 for adjacente a qualquer Rota r_j de v_2 , então os Setores v_1 e v_2 são adjacentes e as Rotas r_i e r_j são chamadas de Rotas de Fronteira dos Setores v_1 e v_2 . A figura 4.7 traz um exemplo explicativo sobre Rotas de fronteira.

No *passo 5*, a troca entre as Rotas acarreta que r_i passará a ser atendida por v_2 e r_j passará a ser atendida por v_1 .

FIGURA 4.7: MAPA DE DIVISÃO DA AGÊNCIA EM 5 SETORES, OBTIDA PARA O M S DE ABRIL DE 2005



Considerando-se somente os Setores 1 e 2 do mapa da figura 4.7, as únicas Rotas de fronteira existentes são as Rotas 3, 4 e 7, pertencentes à v_1 e as Rotas 17 e 18 pertencentes à v_2 . Somente estas poderão ser trocadas de Setor no passo 5 da heurística para mutação.

Crossover

O operador genético *crossover* utilizado neste trabalho foi implementado a partir da seguinte heurística.

Algoritmo para *Crossover*

1. Sorteie um Setor (de 1 a p) e chame-o de v_1 ;
 2. Sorteie um Setor adjacente à v_1 e chame-o de v_2 ;
 3. Sorteie dois números (de 1 até RL) e chame-os de p_1 e p_2 ;
 4. Ordene p_1 e p_2 , de maneira que $p_1 < p_2$;
 5. Sorteie um número x ($x = 1, 2, 3$)
- Se $x = 1 \Rightarrow$ faça *crossover* entre v_1 e v_2 , do primeiro alelo até p_1
 Se $x = 2 \Rightarrow$ faça *crossover* entre v_1 e v_2 , do primeiro alelo até p_2
 Se $x = 3 \Rightarrow$ faça *crossover* entre v_1 e v_2 , de p_1 até p_2 .

O operador aplicado quando $x = 3$, é um *crossover* de dois pontos, enquanto os demais caracterizam-se *crossover* de um ponto.

O processo acima não garante a geração de filhos factíveis, pois pode ocorrer a formação de sub-regiões desconexas em um determinado Setor. O impedimento de tal situação será feito no momento da avaliação da nova população.

4.5.4.5 Avaliação da População

Após a aplicação de algum operador genético, o novo indivíduo é aceito se:

O *fitness* do novo indivíduo for menor que o *fitness* do indivíduo atual;

todas as Rotas pertencentes a um mesmo Setor são adjacentes;

mais de 70% dos Setores estão com o total de minutos trabalhados dentro da tolerância definida nos dados de entrada ou

de acordo com uma probabilidade, entre 50% e 70% dos Setores estão com o total de minutos trabalhados dentro da tolerância definida nos dados de entrada .

4.5.4.6 Critério de Parada

O algoritmo é encerrado quando o novo indivíduo apresentar o total de minutos trabalhados por Setor dentro da tolerância definida nos dados de entrada ou se um número pré determinado de iterações é alcançado.

5 RESULTADOS OBTIDOS

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos nas simulações mensais do modelo matemático exato (p -medianas capacitado) e do Algoritmo Genético.

Também é feita uma análise comparativa entre os métodos exato, heurístico e o manual utilizado pela COPEL atualmente.

5.1 SOLUÇÃO EXATA

Para resolver o problema das p -medianas capacitado, foi desenvolvido um programa computacional em *Visual Basic* (VB) para geração da Função Objetivo do problema e suas restrições. Os dados de entrada, informados pelo usuário, são: o número de Setores desejado, o Fator de Tolerância aceito e o mês a ser simulado.

O programa gera um arquivo de dados com extensão LTF, que é utilizado pelo software LINGO 6.0 para resolução do problema.

O tamanho do problema, para as duas abordagens estudadas (48 e 74 centróides) é mostrado no quadro 5.1 a seguir.

QUADRO 5.1: NÚMERO DE VARIÁVEIS E RESTRIÇÕES PARA AS DUAS ABORDAGENS

Número de Centróides	Número de Variáveis	Número de Restrições
48	2.304	2.450
74	5.476	5.700

5.1.1 DETALHAMENTO DE UMA SIMULAÇÃO

Conforme já comentado anteriormente, as análises mais aprofundadas serão feitas para o caso de 6 medianas (Setores), pois este é o número de equipes disponíveis atualmente. Outras simulações foram feitas (com medianas de 5 a 9) porém, serão menos detalhadas.

As buscas pela solução ótima do problema foram iniciadas utilizando-se Fator de Tolerância de 10% porém, quando a mesma não era alcançada, tal fator era aumentado gradativamente até o limite de 25%.

Em apenas 10% das simulações a resposta ótima do modelo não foi obtida com fatores de tolerância iguais ou inferiores à 25% (situação representada pelos (*) no quadro 5.3). O exemplo a seguir apresenta o pior caso do semestre onde, das dez simulações feitas, apenas duas não forneceram resposta ótima ao algoritmo (dezembro, abordagem 2). Este exemplo mostra que, mesmo no pior caso encontrado, o modelo das p -medianas apresentou respostas adequadas ao problema real. Os quadros com os dados dos demais meses encontram-se no anexo 6.

QUADRO 5.2: CONDIÇÕES PARA OBTENÇÃO DA SOLUÇÃO ÓTIMA, DEZEMBRO (48 CENTRÓIDES, ABORDAGEM 1).

Medianas	Fator Tol.	Tempo	Iterações
5	25%	18''	1.818
6	10%	5''	1.997
7	25%	16''	1.592
8	20%	12'40''	214.373
9	10%	55'17''	1.497.254

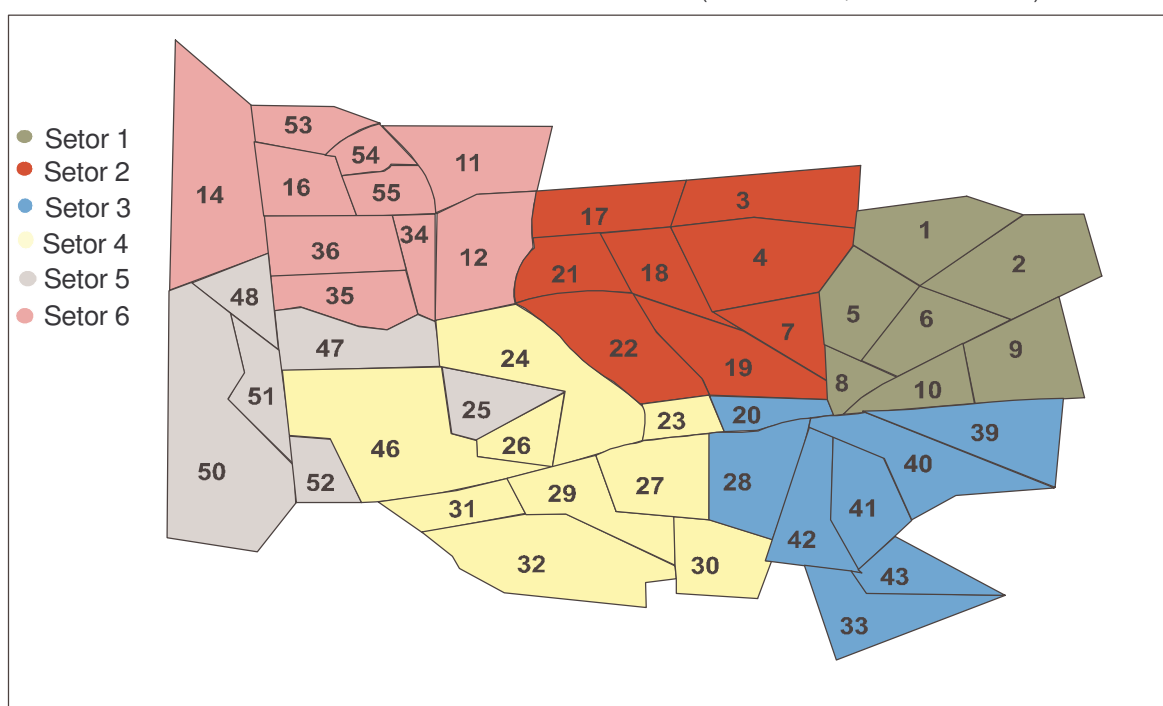
QUADRO 5.3: CONDIÇÕES PARA OBTENÇÃO DA SOLUÇÃO ÓTIMA, DEZEMBRO (74 CENTRÓIDES, ABORDAGEM 2).

Medianas	Fator Tol.	Tempo	Iterações
5	10%	40'	6.440
6	10%	55''	8.873
7	10%	2h	950.239
8	*	*	*
9	*	*	*

Também é possível observar nos quadros 5.2 e 5.3 que, para 6 medianas, tanto a abordagem 1 (grafo com 48 centróides) quanto a abordagem 2 (grafo com 74 centróides), resultaram na otimalidade do algoritmo com fator de tolerância de 10%.

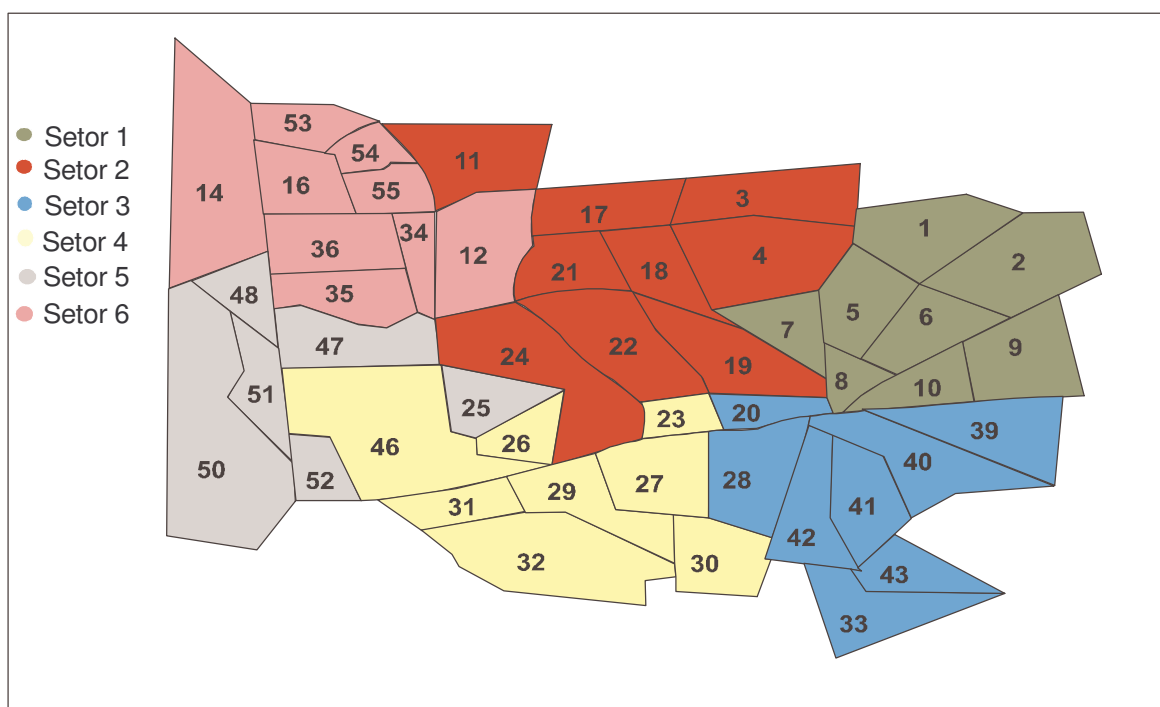
O mapas das figuras 5.1 e 5.2 mostram as divisões da Agência, em 6 Setores de Atendimento, obtidas nas duas abordagens do problema.

FIGURA 5.1: DIVISÃO DA AGÊNCIA EM 6 SETORES (DEZEMBRO, ABORDAGEM 1).



Analisando os agrupamentos mostrados nos quadros 5.4 e 5.5, observa-se que, apesar das duas abordagens apresentarem solução ótima com Fator de Tolerância de 10%, a simulação com 48 centróides (abordagem 1) apresentou a melhor distribuição de “minutos” por equipe, diminuindo a diferença entre as equipes com maior e menor demandas.

FIGURA 5.2: DIVISÃO DA AGÊNCIA EM 6 SETORES (DEZEMBRO, ABORDAGEM 2).



A coluna *Vértice Mediano* traz o número da Rota que foi escolhida pelo modelo como mediana do Setor e a coluna *Demanda do Setor* refere-se ao somatório de minutos que ficou associado àquele Setor no referido mês

O quadro 5.4, abordagem 1, mostra que utilizando-se a divisão de Setores sugerida pelo algoritmo das p -medianas, a diferença entre as equipes com maior e menor demanda de solicitações (equipes 4 e 1, respectivamente) cairia para 1.215 minutos, o que é equivalente a 20,25 horas. Transformadas em dias (de 8 horas) trabalhados, a diferença é de apenas 2,53 dias.

Já no quadro 5.5, abordagem 2, observa-se que a diferença entre as equipes com maior e menor demanda de solicitações (equipes 1 e 6, respectivamente) seria de 1.288 minutos, equivalente a 21,46 horas, ou seja, 2,68 dias (de 8 horas), resultado um pouco pior do que o obtido na abordagem 1.

QUADRO 5.4: COMPARAÇÃO ENTRE AS DEMANDAS DOS 6 SETORES, 48 CENTRÓIDES, (DEZEMBRO, ABORDAGEM 1).

Setor	Vértice Mediano	Demanda do Setor (minutos)
1	6	6.491
2	18	7.011
3	29	7.329
4	41	7.706
5	51	6.628
6	55	7.137

QUADRO 5.5: COMPARAÇÃO ENTRE AS DEMANDAS DOS 6 SETORES, 74 CENTRÓIDES, (DEZEMBRO, ABORDAGEM 2).

Equipes	Vértice Mediano	Demanda do Setor (minutos)
1	6	7.725
2	16	6.650
3	17	7.146
4	42	7.706
5	50	6.628
6	64	6.437

O próximo quadro compara as diferenças entre as maiores e menores demandas de solicitações (em minutos), por equipe no mês em questão, entre a Divisão Manual utilizada pela Agência e os agrupamentos sugeridos pelo modelo matemático exato, nas duas abordagens.

QUADRO 5.6: COMPARAÇÃO ENTRE O MÉTODO MANUAL E O MODELO MATEMÁTICO EXATO, NO MÊS DE DEZEMBRO

Dezembro	
Situação Atual	5.343
Abordagem 1	1.215
Abordagem 2	1.288

A análise de um único mês, dezembro, mostra que o agrupamento das Rotas de Leitura em Setores de atendimento sugerido pelo algoritmo das p -medianas capacitado fornece uma divisão mais homogênea das solicitações

entre as equipes, quando comparado com o método manual utilizado atualmente.

Faz-se necessário, porém, analisar as respostas do algoritmo nos demais meses para determinar se há um padrão de comportamento dos agrupamentos mensais, no semestre analisado.

5.1.2 SIMULAÇÕES

As simulações de cada mês foram feitas separadamente, pois os dados necessários eram colhidos e tratados mensalmente para depois serem aplicados ao modelo das p -medianas capacitado.

Estas simulações foram feitas com base nos dados colhidos e os resultados apresentados pelo modelo foram comparados ao método manual aplicado pela empresa.

Em todas os meses, o modelo matemático mostrou-se mais adequado do que o manual, isto é, as respostas apresentadas pelo modelo das p -medianas formavam Setores compostos somente por Rotas adjacentes (garantindo que a distância percorrida entre Rotas seja reduzida) e com menores diferenças entre as demandas máxima e mínima dos Setores no referido mês, quando comparado com o a situação atual, conforme pode ser observado no quadro 5.7.

QUADRO 5.7: COMPARAÇÃO ENTRE O MÉTODO MANUAL E O MODELO MATEMÁTICO EXATO: DIFERENÇA, EM MINUTOS, ENTRE OS SETORES MAIS E MENOS SOLICITADOS

	Dez	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai
Situação Atual	5.343	5.448	5.439	5.200	5.726	6.111
Abordagem 1	1.215	1.992	1.049	1.716	2.750	1.227
Abordagem 2	1.288	1.733	1.606	3.913	3.499	1.559

5.1.3 COMPARAÇÕES ENTRE SIMULAÇÕES MENSAIS

De posse dos dados semestrais obtidos nas simulações, foi feita uma comparação entre as respostas ótimas apresentadas pelo modelo, buscando-se um agrupamento padrão que representasse o semestre inteiro e pudesse ser sugerida para aplicação prática na referida agência.

Observou-se que, geralmente, os agrupamentos mensais sugeridos pelo modelo eram muito parecidos, o que possibilitaria a obtenção de um agrupamento que representasse o semestre.

Os quadros 5.8 e 5.9 mostram as respostas ótimas apresentadas pelo modelo para os Setores 1 e 2 a cada mês do semestre analisado. A coluna *Vértice Mediano* apresenta o número da Rota que foi escolhida pelo algoritmo como mediana do Setor e a coluna *Minutos* refere-se ao somatório de minutos que ficou associado àquele Setor no referido mês. O quadro completo, com todos os Setores, está no anexo 9.

QUADRO 5.8: RESPOSTAS ÓTIMAS OBTIDAS COM O MODELO MATEMÁTICO PARA O SETOR 1

Mês	Vértice Mediano	Rotas Associadas ao Setor 1	Minutos
Dezembro	6	1 - 2 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10	7.725
Janeiro	6	1 - 2 - 5 - 6 - 9 - 10 - 39 - 3	6.710
Fevereiro	6	1 - 2 - 5 - 6 - 8 - 9 - 10	7.814
Março	6	1 - 2 - 5 - 6 - 8 - 9 - 10 - 39	7.992
Abril	6	1 - 2 - 5 - 6 - 8 - 9 - 10 - 39	8.014
Maio	6	1 - 2 - 5 - 6 - 8 - 9 - 10	7.551

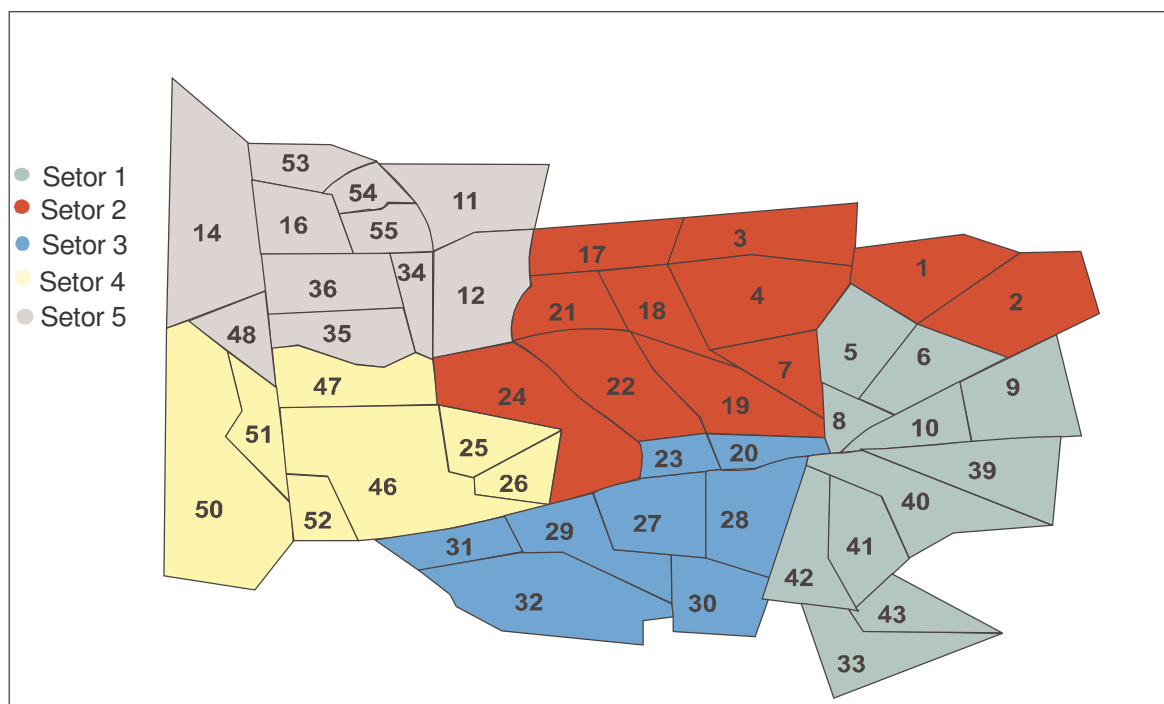
QUADRO 5.9: RESPOSTAS ÓTIMAS OBTIDAS COM O MODELO MATEMÁTICO PARA O SETOR 2

Mês	Vértice Mediano	Rotas Associadas ao Setor 2	Minutos
Dezembro	18	3 - 4 - 7 - 17 - 18 - 19 - 21 - 22	7.011
Janeiro	18	4 - 7 - 17 - 18 - 19 - 21 - 22 - 24	6.737
Fevereiro	18	3 - 4 - 7 - 17 - 18 - 19 - 21 - 22	7.702
Março	18	3 - 4 - 7 - 17 - 18 - 19 - 21 - 22 - 24	7.974
Abril	18	3 - 4 - 7 - 17 - 18 - 19 - 21 - 22	6.595
Maio	18	3 - 4 - 7 - 17 - 18 - 19 - 21 - 22 - 12	8.397

Conforme mostram os quadros 5.8 e 5.9, há grande semelhança entre os agrupamentos sugeridos pelo algoritmo das p -medianas capacitado a cada mês. Tal situação motivou a busca de um *agrupamento médio*, que representasse bem o semestre analisado e se adequasse a situações futuras (a obtenção de tal agrupamento é detalhada na próxima seção). Para testar a validade das respostas apresentadas pelo modelo matemático, utilizaram-se os dados das solicitações do mês de junho.

Porém, ao buscar-se estes dados junto à empresa, obteve-se a notícia que, à partir de 1º de junho de 2005, a Agência havia sido redividida, manualmente, em 5 Setores de Atendimento, conforme mostra o mapa da figura 5.3.

FIGURA 5.3: DIVISÃO MANUAL DA AGÊNCIA EM 5 SETORES, VIGENTE A PARTIR DE 01/06/05



Devido a este fato, as simulações utilizando-se a média das solicitações mensais foram analisadas com mais atenção para o caso de 5 medianas.

5.1.4 SIMULAÇÕES UTILIZANDO A MÉDIA SEMESTRAL DE SOLICITAÇÕES

As demandas mensais de solicitações por Rota de Leitura foram organizadas em uma planilha e a média semestral de solicitações por Rota foi calculada para servir de dado de entrada das simulações do modelo matemático exato utilizado, conforme mostrado no quadro 5.10.

QUADRO 5.10: DEMANDA MENSAL DE SOLICITAÇÕES (EM MINUTOS) POR ROTA DE LEITURA E MÉDIA SEMESTRAL DE SOLICITAÇÕES POR ROTA.

Rotas	Dez	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Média
1	1320	1484	829	933	496	844	984
2	710	549	790	441	366	352	535
3	1675	1420	1097	1541	1254	906	1316
4	740	1305	1148	1018	1202	1144	1093
...
...
54	398	198	301	402	854	1110	544
55	682	337	242	1018	254	560	516

Utilizando-se a média semestral de minutos como peso no modelo matemático, obtiveram-se as divisões da agência em 5 Setores mostradas nas figuras 5.4 e 5.5..

Para verificação da aplicabilidade destes agrupamentos à situações futuras, tomou-se a quantidade de solicitações feitas em cada Rota no mês de junho (em minutos) e observou-se como ficria a demanda de solicitações por Setor para cada um dos referidos mapas.

O quadro 5.11 mostra que as duas abordagens forneceram bons resultados. Considera-se bom resultado se a diferença entre os Setores com maior e menor demanda de solicitações ficar abaixo do obtido pelo modelo manual vigente.

FIGURA 5.4: RESPOSTA ÓTIMA PARA ABORDAGEM 1, 48 CENTRÓIDES, UTILIZANDO-SE A MÉDIA SEMESTRAL DE SOLICITAÇÕES

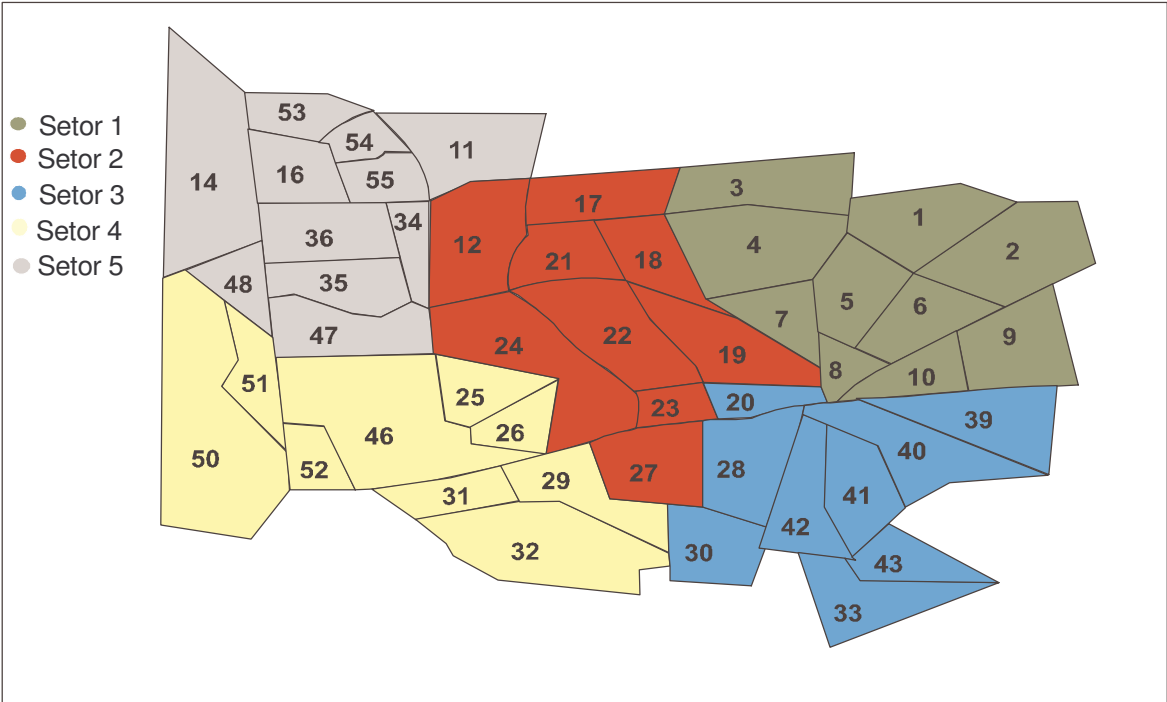
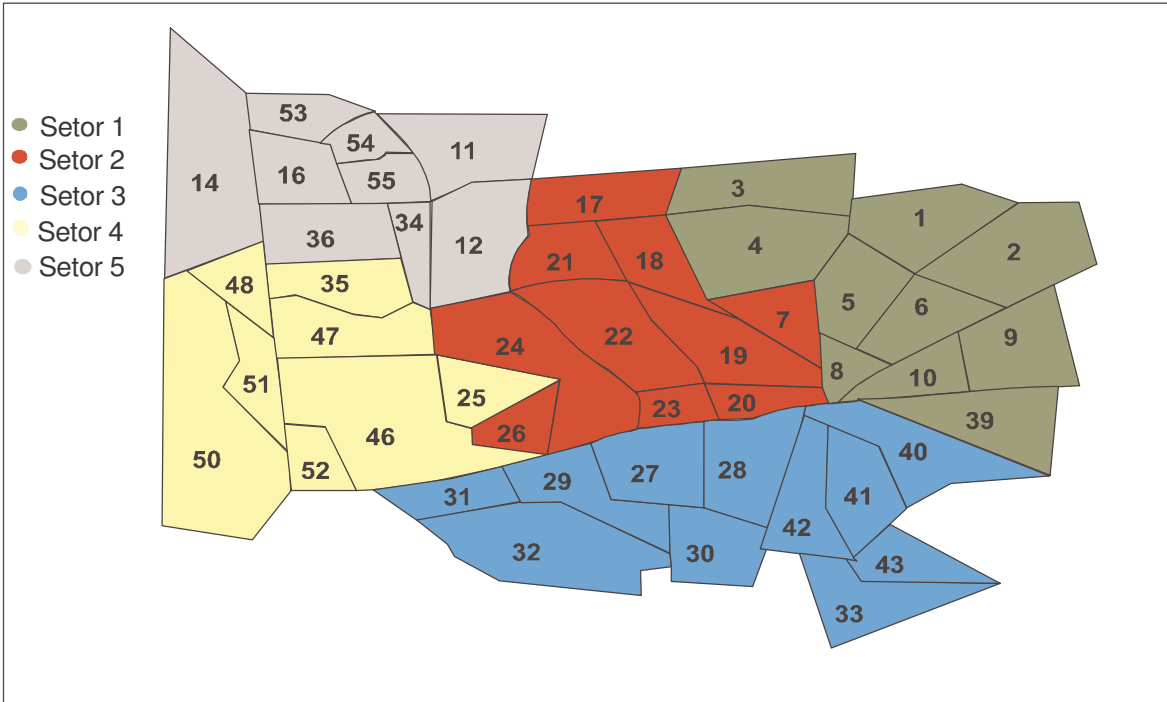


FIGURA 5.5: RESPOSTA ÓTIMA PARA ABORDAGEM 2, 74 CENTRÓIDES, UTILIZANDO-SE A MÉDIA SEMESTRAL DE SOLICITAÇÕES



QUADRO 5.11: COMPARAÇÃO ENTRE SITUAÇÃO ATUAL E SIMULAÇÕES, MÊS DE JUNHO, 5 SETORES.

Setor	1	2	3	4	5	Maior Diferença
Situação Atual	11.862	9.854	7.082	10.681	11.901	4.780
Abordagem 1	11.625	8.471	10.810	8.123	12.351	4.228
Abordagem 2	11.768	8.776	9.827	11.004	10.005	2.992

O quadro 5.11 mostra uma ligeira queda na diferença entre a maior e menor demanda de solicitações dos Setores (Setores 5 e 4, na abordagem 1 e Setores 5 e 3 na situação atual). Já a abordagem 2 resultou numa queda significativa nesta diferença entre os Setores (1 e 2 desta abordagem e Setores 5 e 3 da situação atual).

Donde conclui-se que se a nova divisão da agência tivesse sido feita utilizando-se as informações do semestre anterior (média de solicitações por Rota) e o modelo matemático aqui sugerido (mapa da figura 5.5), ter-se-ia uma melhor distribuição de solicitações por equipe isto é, a diferença entre os Setores mais e menos solicitados cairia de 4.780 para 2.992 minutos, o que equivale a uma redução de 29,8 horas, ou seja, 3,73 dias entre os dois métodos.

5.2 SOLUÇÃO APROXIMADA – ALGORITMO GENÉTICO

Considerando-se que, atualmente, a empresa não possui licença para utilização do *software* LINGO 6, utilizado para resolução do método exato aplicado ao problema, buscou-se uma heurística para resolução do problema.

Com isto, foi desenvolvido um programa computacional no *Visual Basic (VB)*, baseado em Algoritmos Genéticos. Os dados de entrada, que

devem ser informados pelo usuário são: o número de Setores desejado, o fator de tolerância aceito e o mês a ser simulado; como resultado, o algoritmo informa quais Rotas de Leitura ficaram associadas a cada Setor.

5.2.1 AS SIMULAÇÕES

As simulações com o Algoritmo Genético, assim como no modelo das p -medianas, iniciaram-se com o fator de tolerância 10%. Em nenhum caso, porém, o algoritmo apresentou resposta quando o fator de tolerância foi definido abaixo de 20%.

As simulações foram feitas para todos os meses do semestre, mas somente para os casos de 5 e 6 agrupamentos, que é a atual e anterior configuração da referida Agência. Os tempos de processamento e operadores genéticos utilizados em cada simulação encontram-se no anexo 7.

Para cada mês, e para cada número de agrupamento, foram feitas 7 simulações e, entre estas, escolheu-se a melhor resposta para apresentar neste trabalho (quadro 5.12).

QUADRO 5.12: DIFERENÇA (EM MINUTOS) ENTRE AS EQUIPES COM MAIOR E MENOR DEMANDA DE SOLICITAÇÕES NO SEMESTRE, CASO PARA 5 SETORES

Mês	Dez	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai
Situação Atual	2.781	3.836	3.405	1.289	5.729	5.260
Algoritmo Genético	1.244	1.704	2.895	3.445	1.596	1.940

Observa-se no quadro 5.12 que março foi o único mês do semestre para o qual o método manual utilizado pela Agência, atualmente, apresentaria uma solução melhor do que o A.G.

Aplicando-se o Algoritmo Genético aos demais meses do semestre, a divisão de tarefas (minutos) entre as equipes ficou mais equilibrada, conforme mostrado no quadro 5.12. Tal comparação é meramente ilustrativa, pois nos meses comparados, a Agência era atendida por 6 equipes e não 5, conforme simulado.

Para a situação com 6 Setores, todas as respostas obtidas através do A.G. apresentaram uma melhor divisão de tarefas por equipe, quando comparadas com a situação atual (modelo manual em utilização até maio de 2005), conforme verifica-se no quadro 5.13.

QUADRO 5.13: DIFERENÇA (EM MINUTOS) ENTRE AS EQUIPES COM MAIOR E MENOR DEMANDA DE SOLICITAÇÕES NO SEMESTRE, CASO PARA 6 SETORES

Mês	Dez	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai
Situação Atual	5.343	5.448	5.439	5.200	5.726	6.111
Algoritmo Genético	758	1.940	4.039	3.053	1.529	1.698

5.2.2 SIMULAÇÕES UTILIZANDO A MÉDIA

Comparando-se os agrupamentos mensais sugeridos pela heurística, observa-se que as Rotas associadas a um Setor variam bastante a cada mês, não observando-se um padrão de comportamento, conforme ocorreu no modelo das p -medianas. Os quadros 5.14 e 5.15 ilustram tal situação.

QUADRO 5.14: AGRUPAMENTOS MENSAIS SUGERIDOS PELA HEURÍSTICA PARA O SETOR 4

Mês	Setor	Rotas Associadas
Dez	4	1 - 2 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10 - 35
Jan	4	2 - 6 - 8 - 9 - 10 - 31 - 35 - 36 - 37 - 38 - 39
Fev	4	1 - 2 - 3 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10 - 35
Mar	4	2 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10 - 18 - 35 - 36
Abr	4	1 - 2 - 3 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10
Mai	4	2 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10 - 35

QUADRO 5.15: AGRUPAMENTOS MENSAIS SUGERIDOS PELA HEURÍSTICA PARA O SETOR 5

Mês	Setor	Rotas Associadas
Dez	5	3 - 4 - 12 - 15 - 16 - 17 - 19 - 20 - 22
Jan	5	1 - 3 - 4 - 5 - 7 - 15 - 16 - 19
Fev	5	4 - 11 - 12 - 15 - 16 - 19 - 20 - 22 - 32 - 48
Mar	5	1 - 3 - 4 - 11 - 12 - 15 - 16 - 19
Abr	5	11 - 12 - 15 - 16 - 19 - 20 - 22 - 32
Mai	5	1 - 3 - 4 - 11 - 12 - 15 - 16 - 19 - 20 - 22

Analogamente ao efetuado no modelo exato, calculou-se a demanda semestral média de solicitações por Rota de Leitura, para servir de dado de entrada nas novas simulações do modelo heurístico.

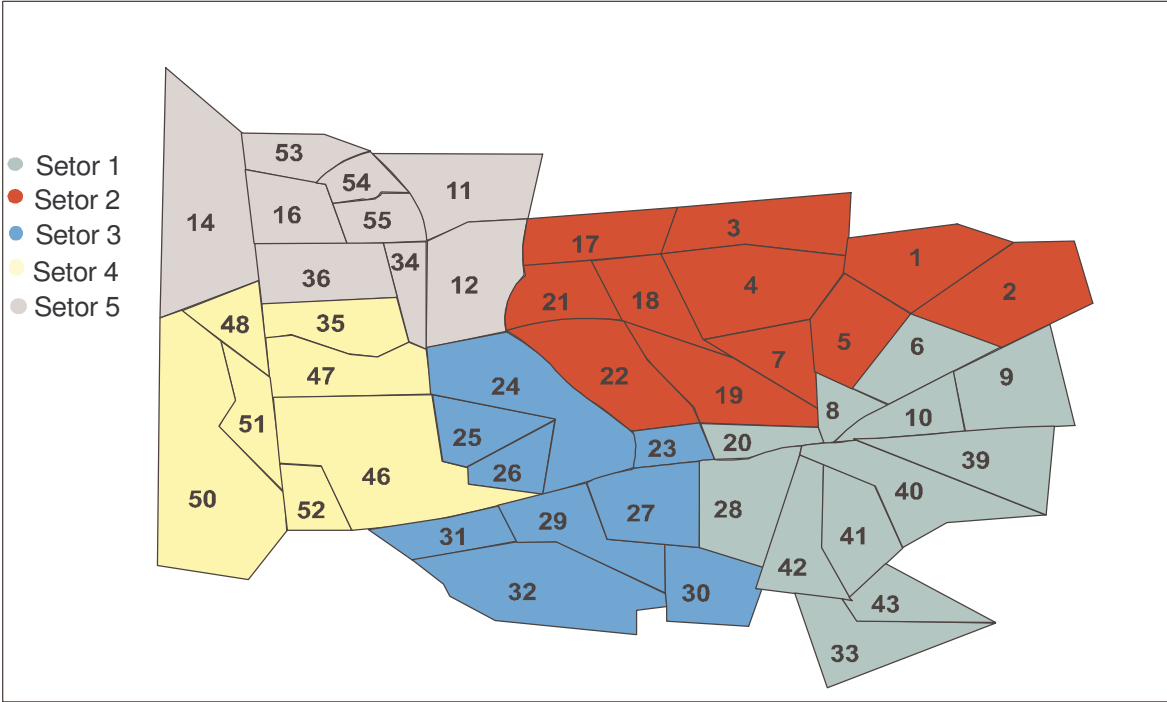
Utilizando-se a média semestral de solicitações, a melhor divisão da Agência em 5 Setores de Atendimento é mostrada no mapa da figura 5.6 .

Assim como no modelo exato, utilizaram-se os dados do mês de junho para confirmar se o agrupamento sugerido pelo A.G., utilizando a média dos dados do semestre anterior, apresenta respostas adequadas para situações futuras.

A comparação entre as respostas da heurística e as do mapa manual utilizado pela Agência atualmente, mostra melhores resultados quando se utilizam os agrupamentos sugeridos pela heurística, conforme se pode verificar no quadro 5.16.

Com base nos dados do mês de junho, pode-se concluir que se a nova divisão da Agência em 5 Setores tivesse sido feita utilizando-se as informações do semestre anterior (média de solicitações por Rota) e a heurística aqui sugerida, como mostra a figura 5.6, a diferença (em minutos) entre os Setores mais e menos solicitados cairia de 4.780 para 2.332 minutos, o que equivale à uma redução de 40,8 horas ou seja, 5,1 dias, entre os dois métodos.

FIGURA 5.6: DIVISÃO DE SETORES SUGERIDA PELA HEURÍSTICA, UTILIZANDO-SE A MÉDIA SEMESTRAL DE SOLICITAÇÕES.



QUADRO 5.16: COMPARAÇÃO ENTRE SITUAÇÃO ATUAL E SIMULAÇÕES, MÊS DE JUNHO, 5 SETORES

Setor	1	2	3	4	5	Maior Diferença
Situação Atual	11.862	9.854	7.082	10.681	11.901	4.780
Heurística	11.747	10.753	9.460	10.005	9.415	2.332

5.3 COMPARAÇÃO ENTRE OS MÉTODOS

Analisando-se as soluções obtidas para o problema através dos métodos exato e heurístico, observa-se a viabilidade de ambos. Os próximos quadros fazem uma comparação entre os três métodos analisados neste trabalho.

O quadro 5.17 mostra a diferença entre os Setores com maior e menor demanda de solicitações em cada método, aplicando-se os dados de

junho aos melhores agrupamentos obtidos. Observa-se no referido quadro que o Algoritmo Genético apresentou resposta melhor que o modelo matemático exato (resposta ótima), o que é explicado pelo fato do AG não buscar a menor distância percorrida entre os vértices do grafo, mas um agrupamento conexo de Rotas de Leitura adjacentes, para a formação de Setores de Atendimento.

O quadro 5.18 mostra o desvio padrão entre os Setores para cada método utilizado.

QUADRO 5.17: COMPARAÇÃO ENTRE MAIOR E MENOR DEMANDA DE SOLICITAÇÕES (EM MINUTOS) POR SETOR, NOS TRÊS MÉTODOS, COM DADOS DE JUNHO.

Setor	1	2	3	4	5	Maior Diferença
Método Manual	11.862	9.854	7.082	10.681	11.901	4.780
Modelo Exato	11.768	8.776	9.827	11.004	10.005	2.992
Algoritmo Genético	11.747	10.753	9.460	10.005	9.415	2.332

QUADRO 5.18: COMPARAÇÃO ENTRE OS DESVIOS PADRÃO ENTRE OS SETORES, NOS TRÊS MÉTODOS, COM DADOS DE JUNHO

Método	Desvio Padrão
Manual	3.962
Exato	2.298
Heurístico	1.968

A aplicação dos dados do mês de junho nos agrupamentos determinados manual e matematicamente, mostrou que as respostas dos modelos matemáticos foram mais adequadas que as do método manual utilizado pela Agência.

Portanto, conforme descrito neste capítulo, as respostas apresentadas pela heurística desenvolvida adequam-se bem ao problema, viabilizando sua utilização pela empresa, não justificando a necessidade de aquisição de um *software* específico para resolver o problema de maneira exata.

6 CONCLUSÕES

Os resultados obtidos neste trabalho mostraram-se satisfatórios tanto para o método exato quanto para o heurístico, pois os novos agrupamentos sugeridos mostraram-se mais eficientes do que os vigentes, determinados manualmente e de maneira empírica.

O modelo exato das p -medianas tem como vantagem apresentar Setores com distâncias mínimas entre suas Rotas, o que é muito interessante, pois tal característica pode reverter em ganhos financeiros para a empresa que, ao ter seus veículos distribuídos de forma otimizada, economizaria em combustível e adiaria possíveis manutenções em sua frota. Porém, tem a desvantagem de requerer *software* específico, não disponível na empresa.

O método heurístico desenvolvido no presente trabalho também mostrou-se adequado ao problema, pois, em alguns casos, apresentou respostas semelhantes às do método exato. Salienta-se que o algoritmo implementado não é um algoritmo genético para solução das p -medianas, como é facilmente encontrado na literatura, mas um algoritmo adequado à formação de agrupamentos compactos, sem o inconveniente de formação de sub-setores desconexos num mesmo Setor de Atendimento. Tal metodologia não foi encontrada na literatura consultada para o desenvolvimento deste trabalho.

Para o *desenvolvimento* do trabalho, foram estudados quatro métodos diferentes: p -medianas, roteamento de veículos, problema de designação e algoritmos genéticos.

Para *obtenção dos resultados* apresentados, foram utilizados três metodologias: modelo exato (abordagens 1 e 2) e algoritmos genéticos.

Para *comprovação* da eficácia das respostas obtidas nos métodos efetivamente utilizados, diversos testes e comparações foram feitos.

Observou-se, todavia, uma variação bastante grande no número de solicitações por Rota nos seis meses analisados. Esta característica probabilística dos dados dificulta a previsão de situações futuras e, por isto, acredita-se que a utilização de um histórico maior de solicitações por Rota, talvez um ano, aumentaria a eficácia dos algoritmos para aplicação a situações futuras, possibilitando sua possível utilização nas demais agências da COPEL.

6.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

O algoritmo de transporte mostrou-se adequado para formação dos agrupamentos quando as coordenadas dos depósitos eram informadas próximas à posição ótima (obtidas pelo modelo matemático das p -medianas) portanto, poder-se-ia buscar a implementação de uma heurística adequada para gerar estas coordenadas dos depósitos e trabalhar conjuntamente com o algoritmo de transporte.

Sugere-se, também, fazer uma análise estatística da variação do número e tipo de solicitações por Rota para tentar-se observar um padrão das mesmas ou aplicar algum fator de correção nos mesmos de maneira a obter-se uma previsão para meses futuros mais próxima do real.

7 REFERÊNCIAS

ACKOFF, R.L.; SASIENI, M.W. **Pesquisa Operacional**. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 1971.

BARBOSA, H.J.C. **Introdução ao Algoritmos Genéticos**. XX Congresso Nacional de Matemática Aplicada: SBMAC, Gramado, 1997.

BEGUIN, H.; THOMAS, I.; VANDENBUSSCHE, D. **Weight variations within a set of demand points, and location-allocation issues: a case study of public libraries**, Environment and Planning A, Vol. 24, p. 1769-1779, 1992.

BOBEL, E. **Dimensionamento e locação de equipes de manutenção em redes de distribuição de energia elétrica**. Dissertação no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial, Curitiba: CEFET-PR, 2003.

BODIN, L.; GOLDEN, Bruce; A., Arjang; BALL, M. **Routing and Scheduling of vehicles and crews: the state of the art. Special Issue**. England: Pergamon Press, 1983.

COLOMBO, J.A., **Localização e roteamento para serviços de atendimento emergencial – o caso da segurança eletrônica**. Curitiba, 2001. Dissertação no Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, UFPR, 2001.

CHRISTOFIDES, N. **Graph theory – an algorithmic approach**. New York: Academic Press Inc. 1975.

DIAS, J.S; BARRETO, J.M. **Algoritmo Genético: inspiração biológica na solução de problemas – uma introdução**. Revista Marítima Brasileira, n.11, p.105-128, 1998.

FLEISCHMAN, B.; PARASCHIS, J.N. **Solving a large scale districting problem: a case report**, Computers Operational Research, Vol. 15, Nº 6, p. 521-533, 1988.

GÓES, A.R.T., **Otimização na Distribuição da carga horária de professores – Método exato, método heurístico e interface**. Curitiba, 2005. Dissertação no Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, UFPR, 2005.

GOLDBERG, D. **Genetic algorithms in search, optimization and learning**. Reading, USA: Addison-Wesley, 1989.

GOLDEN B.; MAGNANTI, T. e NGUYEN, H. **Implementing vehicle routing algorithms**. Networks, vol. 7, 1977.

GOLDEN B; BODIN, L.; DOYLE, T. e STEWART, W. **Aproximate Traveling Salesman Algorithms**. Operational Research, Vol. 28, nº 3, págs 694-711, 1980.

GREFENSTETTE, J.J. **Optimization of control parameters for genetic algorithms**. IEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, v.16, n.1, p.122-128, 1986.

HOJATI, M. **Optimal Political Districting**, Computers Operational Research, Vol. 23, Nº 12, pp. 1147-1161, 1996.

KARP, R. **Reducibility among combinatorial problems. Complexity of Computers Computations**. New York: Plenum Press, 1972.

- LAPORTE, G.; NORBERT Y. **A cutting planes algorithm for the m-salesman problem.** J. Operational Research, Vol. 31, págs. 1017-1023, 1980.
- LOPES, H.S., **Algoritmos Genéticos.** Trabalho de circulação interna do CEFET-PR – Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná, 1996.
- LORENA, L. A. N; SENNE, E.L.F.; PAIVA, J.A .C. & PEREIRA, M.A. (2001). **Integração de Modelos de Localização a sistemas de Informações Geográficas.** *Gestão e Produção*, 8, p. 180-195.
- MINIEKA, E. **Optimization Algorithms for networks and graphs.** New York: ed. Marcel Dekker, INC.1978.
- NARCISO, M.G. & LORENA, L.A .N. (1999). **Lagrangean/surrogate Relaxation for Generalized Assignment Problems.** *European Journal of Operational Research*, 114(1), 165-177.
- NUNES, L.F., **Algoritmos Genéticos aplicados na abordagem de um problema real de roteamento de veículos.** Curitiba, 1998. Dissertação no Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, UFPR, 1998.
- PIRES, L.A; **Algoritmo Genético aplicado na localização de escolas do município de Coronel Vivida – Pr.** Curitiba, 2002. Dissertação no Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, UFPR, 2002.
- PIZZOLATO, N.D. (1994). **A Heuristic for Large-Size p-Median Location Problems with Application to School Location.** *Annals of Operations Research*, 50, 473-485.
- PIZZOLATO, N.D.; BARCELOS, F.B.; LORENA, L.A.N. **Localização de Escolas do Ensino Fundamental com Modelos Capacitado e Não Capacitado: Caso de Vitória/Es.** In: SOBRAPO, v.24, n.1. Rio de Janeiro, RJ, 2004.
- PIZZOLATO, N.D.; BARROS, A.G.; BARCELOS, F.B.; CANEN, A.G. **Localização de Escolas Públicas: Síntese de Algumas Linhas de Experiências no Brasil.** In: SOBRAPO, v.24, n.1. Rio de Janeiro, RJ, 2004.
- ROSÁRIO, R.R.L., **Proposta de Solução para o Problema das p-medianas na Localização de Unidades de Saúde 24 horas.** Curitiba, 2002. Dissertação no Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, UFPR, 2002.
- SAMPAIO, M.E.C.S. **Aplicação de Metaheurísticas ao Problema de Localização de Escolas de Ensino Fundamental.** Curitiba, 1999. Dissertação no Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, UFPR, 1999.
- STEINER, M.T.A. Notas de aula, UFPR, Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Curitiba, Pr, 2003.
- TANOMARU, J. **Motivação, fundamentação e aplicações de algoritmos genéticos.** In: II Congresso Brasileiro de Redes Neurais – CBRN, Curitiba, 1995.
- ZIONTS, S. **Linear and Integer Programming.** New Jersey, Prentice-Hall, Inc., 1974.

**ANEXO 01 – TIPOS DE SERVIÇOS COMERCIAIS PRESTADOS PELAS
AGÊNCIAS DA COPEL**

Códigos	Descrição do Serviço
101	Ligação unidade consumidora monofásica
102	Ligação unidade consumidora bifásica
103	Ligação unidade consumidora trifásica
181	Ligação de unidade consumidora temporária sem medição
311	Desligamento de unidade consumidora definitiva a pedido do cliente
319	Desligamento de unidade consumidora por de ficiência técnica
350	Desligamento de unidade consumidora - mudança de grupo tarifário
396	Desligamento de unidade consumidora por falta de pagamento
397	Desligamento de unidade consumidora por auto religação
501	Religação/Reativação de unidade consumidora a pedido do cliente
502	Religação/Reativação de unidade consumidora a pedido do cliente - Urgente
504	Suspensão de fornecimento - Atraso de pagamento de débito vinculado à UC
505	Religação/Reativação de unidade consumidora -Concessão de prazo para quitação de débito
506	Religação/Reativação de unidade consumidora - Equacionamento do débito
507	Religação/Reativação de unidade consumidora -Quitação de débito UC desligada
508	Religação/Reativação de unidade consumidora - Débito de responsabilidade de outrem
510	Religação/Reativação de unidade consumidora - Religação em até 3hs por corte indevido
550	Religação/Reativação de unidade consumidora - pela Padronização
559	Religação/Reativação de unidade consumidora - por outras normalizações
560	Religação/Reativação de unidade consumidora - pela regularização técnica
2907	Confirmar leitura
3202	Vistoria e inspeção de entrada de serviço - Ramal mal tencionado
3203	Vistoria e inspeção de entrada de serviço - Ramal sobre propriedade de terceiros
3204	Vistoria e inspeção de entrada de serviço - Ramal singelo com defeito/ trançado
3206	Vistoria e inspeção de entrada de serviço - Ramal com defeito na conexão
3211	Vistoria e inspeção de entrada de serviço - Unidade consumidora fora de rota
3222	Vistoria e inspeção de entrada de serviço - Caixa de medição em mau estado
3223	Vistoria e inspeção de entrada de serviço - Caixa de medição sem vidro
3224	Vistoria e inspeção de entrada de serviço - Caixa de medição sem lacre
3226	Vistoria e inspeção de entrada de serviço - Caixa de medição com insetos
3227	Vistoria e inspeção de entrada de serviço - Caixa de medição com objetos dentro
3228	Vistoria e inspeção de entrada de serviço - Caixa de medição dando choque
3229	Vistoria e inspeção de entrada de serviço - Caixa de medição difícil acesso
3230	Vistoria e inspeção de entrada de serviço - Suspeita de procedimento irregular
3231	Vistoria e inspeção de entrada de serviço - Relacar caixa de medição
3240	Vistoria e inspeção de entrada de serviço - Inspeção de medidores
3241	Vistoria e inspeção de entrada de serviço - Inspeção preventiva
3245	Vistoria e inspeção de entrada de serviço - Inspeção de medidor e entrada de serviço
3250	Vistoria e inspeção de entrada de serviço - Verificação de classificação
3261	Vistoria e inspeção de entrada de serviço - Confirmação de dados PSC
3270	Vistoria e inspeção de entrada de serviço - Vistoria geral
3271	Vistoria e inspeção de entrada de serviço - Vistoria para agrupamento
3305	Agrupamento de entrada de serviço por iniciativa do cliente

CÓDIGOS	DESCRIÇÃO DO SERVIÇO
3307	Agrupamento de entrada de serviço com mudança/vistoria de E.S.
3403	Substituição de equipamentos medidor a pedido do cliente
3404	Substituição de equipamentos medidor por iniciativa da COPEL
3406	Substituição de equipamentos medidor para avaliação técnica
3407	Substituição de equipamentos : troca de medidor fora do padrão
3411	Substituição de equipamentos : medidor danificado
3412	Substituição de equipamentos medidor: suspeita de procedimentos irregulares
3413	Substituição de equipamentos : medidor solto
3491	Substituição de equipamentos : substituição de disjuntor
3495	Substituição de equipamentos : retirada de eq medição ag/on-line
3605	Alteração de carga - redução de carga da Unidade Consumidora
3607	Alteração de carga - redução com mudança/vistoria de Entrada de Serviço
3610	Alteração de carga - aumento de carga da Unidade Consumidora
3611	Alteração de carga - aumento com mudança/vistoria de Entrada de Serviço
3620	Alteração de carga - redução de carga com religação
3621	Alteração de carga - aumento de carga com religação
3705	Padronização de entrada de serviço por iniciativa do cliente
3707	Padronização de entrada de serviço com mudança/vistoria de entrada de serviço
3710	Padronização de entrada de serviço por determinação da COPEL
9909	Serviços Gerais/outras - mudança de fase ou coordenada

**ANEXO 02 – QUANTIDADES DE SOLICITAÇÕES POR MÊS E POR ROTA
DE LEITURA**

ROTAS	DEZEMBRO	JANEIRO	FEVEREIRO	MARÇO	ABRIL	MAIO	JUNHO
1	54	60	36	38	22	34	39
2	31	25	31	18	17	13	14
3	64	59	45	57	48	40	42
4	35	55	47	44	53	46	59
5	64	54	60	83	56	87	85
6	27	18	29	26	40	25	42
7	54	50	33	47	45	34	55
8	60	89	71	67	79	96	75
9	22	20	37	31	43	27	39
10	31	18	51	22	24	23	22
11	16	26	36	31	30	19	30
12	46	37	46	73	80	80	82
14	29	20	27	41	32	49	39
16	63	38	45	61	39	66	30
17	22	34	28	18	29	25	28
18	18	20	20	15	9	15	20
19	32	38	38	31	42	43	42
20	43	30	43	32	19	47	24
21	39	19	27	10	22	22	20
22	20	39	23	26	21	17	21
23	10	25	9	12	16	11	22
24	34	28	64	53	37	24	42
25	44	49	39	54	38	45	64
26	44	53	39	52	31	43	55
27	38	21	48	58	25	30	30
28	44	31	19	60	22	35	46
29	27	25	23	45	36	38	22
30	34	37	36	57	24	24	30
31	36	68	40	62	39	36	33
32	38	53	49	53	41	46	41
33	28	20	53	31	27	55	38
34	29	23	22	34	39	41	50
35	24	18	42	17	32	27	36
36	8	25	30	17	28	45	38
39	43	20	33	31	45	43	51
40	47	25	30	37	49	53	41
41	25	13	24	22	35	20	25
42	19	17	22	29	26	15	29
43	27	15	18	10	27	18	17
46	21	26	30	34	34	38	28
47	51	43	40	52	67	52	44
48	30	33	27	27	61	34	32
50	17	9	16	25	30	34	27
51	33	24	54	42	54	57	102
52	66	63	41	104	62	61	52
53	4	8	4	16	10	2	7
54	16	8	12	15	27	38	26
55	24	13	9	34	9	22	35
Total	1631	1542	1646	1854	1721	1795	1871

**ANEXO 03 – MINUTOS TRABALHADOS POR MÊS E POR ROTA DE
LEITURA**

ROTAS	DEZ	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	MÉDIA
1	1320	1484	829	933	496	844	870	984
2	710	549	790	441	366	352	354	535
3	1675	1420	1097	1541	1254	906	1102	1316
4	740	1305	1148	1018	1202	1144	1568	1093
5	1544	1190	1448	2149	1412	2136	2004	1647
6	135	516	710	624	1003	539	1064	588
7	1234	1199	779	1199	1046	800	1343	1043
8	1398	2139	1524	1530	1847	2339	1671	1796
9	585	547	1132	782	1119	779	1153	824
10	799	494	1381	568	584	562	496	731
11	477	711	1075	877	773	583	959	749
12	1203	983	1199	1913	2289	2376	2229	1661
14	842	490	650	1006	1077	1602	1330	945
16	1631	1080	1046	1484	1099	1810	755	1358
17	550	839	688	575	855	741	859	708
18	471	585	504	392	235	390	511	430
19	790	830	876	740	956	967	1134	860
20	1209	645	1168	946	499	1289	549	959
21	1006	470	829	249	519	613	456	614
22	545	1096	582	679	528	460	552	648
23	200	602	262	315	398	221	694	333
24	892	796	2031	1581	1002	661	1105	1161
25	1141	1400	1004	1360	1049	1292	1589	1208
26	1081	1371	902	1345	950	1064	1573	1119
27	1180	584	1510	1725	672	784	931	1076
28	1064	843	452	1715	576	851	1340	917
29	637	612	561	1217	778	983	513	798
30	838	1013	856	1539	578	570	760	899
31	925	1637	1087	1611	1076	865	982	1200
32	1099	1399	1411	1569	1055	1309	1313	1307
33	797	510	1439	736	758	1581	1123	970
34	795	615	630	929	1239	1083	1543	882
35	748	509	1298	544	954	699	1087	792
36	252	663	794	505	797	1282	1144	716
39	1321	510	862	965	1187	1214	1486	1010
40	1295	641	658	853	1158	1358	940	994
41	772	366	606	608	1041	687	698	680
42	494	386	502	759	595	346	728	514
43	754	378	450	214	654	432	499	480
46	477	697	899	995	1107	1112	797	881
47	1331	1249	1184	1596	1842	1485	1138	1448
48	823	933	777	777	1798	978	809	1014
50	390	282	484	798	801	1014	785	628
51	1007	693	1793	1217	1343	1747	3213	1300
52	1936	1763	1251	2846	1741	1733	1586	1878
53	99	218	130	408	227	49	234	189
54	398	198	301	402	854	1110	820	544
55	682	337	242	1018	254	560	991	516
TOTAIS	42292	39777	43831	49793	45643	48302	51380	44940

**ANEXO 04 – COMPARAÇÃO ENTRE SITUAÇÃO ATUAL E AS
MELHORES RESPOSTAS OBTIDAS NOS MODELOS MATEMÁTICOS,
PARA 5 SETORES DE ATENDIMENTO**

SITUAÇÃO ATUAL

SETOR	DEZ	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN
1	9.894	7.677	10.712	9.788	11.358	11.973	11.862
2	9.933	10.573	10.153	9.348	8.459	7.878	9.854
3	7.152	7.335	7.307	10.637	5.632	6.872	7.082
4	7.363	7.455	7.517	10.157	8.833	9.447	10.681
5	7.950	6.737	8.142	9.863	11.361	12.132	11.901
MINUTOS TOTAIS	42.292	39.777	43.831	49.793	45.643	48.302	51.380
MAIOR DIFERENÇA (em minutos)	2.781	3.836	3.405	1.289	5.729	5.260	4.780

MÉTODO EXATO

SETOR	DEZ	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN(*)
1	9.107	8.704	9.334	10.785	10.329	10.815	11.768
2	9.112	7.173	9.702	9.514	7.555	9.582	8.776
3	7.835	7.431	8.049	8.335	7.718	9.766	9.827
4	8.288	8.483	8.604	11.613	9.900	10.060	11.004
5	7.950	7.986	8.142	9.546	10.141	8.079	10.005
MINUTOS TOTAIS	42.292	39.777	43.831	49.793	45.643	48.302	51.380
MAIOR DIFERENÇA (em minutos)	1.277	1.531	1.653	3.278	2.774	2.736	2.992

MÉTODO HEURÍSTICO

SETOR	DEZ	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN(*)
1	8.603	7.624	8.779	9.871	9.072	10.069	11.747
2	8.078	8.000	7.915	10.684	8.902	10.658	10.753
3	8.693	8.625	7.657	10.943	9.900	10.136	9.460
4	9.046	7.036	10.552	10.797	9.465	8.721	10.005
5	7.872	8.492	8.928	7.498	8.304	8.718	9.415
MINUTOS TOTAIS	42.292	39.777	43.831	49.793	45.643	48.302	51.380
MAIOR DIFERENÇA (em minutos)	1.174	1.456	2.895	3.445	1.596	1.940	2.332

(*) Quando aplicados os dados de junho aos agrupamentos sugeridos pelos métodos matemáticos, usando a média do semestre anterior.

**ANEXO 05 – COMPARAÇÃO ENTRE SITUAÇÃO ATUAL E AS MELHORES
RESPOSTAS OBTIDAS NOS MODELOS MATEMÁTICOS, PARA 6
SETORES DE ATENDIMENTO**

SITUAÇÃO ATUAL

SETOR	DEZ	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI
1	9.894	7.677	10.712	9.788	11.358	11.973
2	9.041	9.777	8.122	7.767	7.457	7.217
3	7.152	7.335	7.307	10.637	5.632	6.872
4	5.527	6.027	6.087	8.127	5.849	5.862
5	4.551	4.329	6.330	5.437	7.535	7.205
6	6.127	4.632	5.273	8.037	7.812	9.173
MINUTOS TOTAIS	42.292	39.777	43.831	49.793	45.643	48.302
MAIOR DIFERENÇA (em minutos)	5.343	5.448	5.439	5.200	5.726	6.111

MÉTODO EXATO

SETOR	DEZ	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI
1	6.491	6.710	7.814	7.992	8.014	7.551
2	7.011	6.737	6.765	7.974	6.595	8.397
3	7.319	7.120	7.502	8.777	8.087	7.569
4	7.706	6.902	6.993	7.370	5.859	7.758
5	6.628	6.921	7.392	8.594	8.479	8.249
6	7.137	5.387	7.365	9.086	8.609	8.778
MINUTOS TOTAIS	42.292	39.777	43.831	49.793	45.643	48.302
MAIOR DIFERENÇA (em minutos)	1.215	1.733	1.049	1.716	2.750	1.227

MÉTODO HEURÍSTICO

SETOR	DEZ	JAN	FEV	MAR	ABR	MAI
1	6.379	5.804	5.704	7.173	8.331	8.778
2	7.501	7.744	8.893	10.226	7.894	7.126
3	7.358	6.108	5.275	7.645	7.756	8.389
4	6.861	5.968	9.314	9.589	7.535	7.707
5	7.376	6.724	8.479	7.867	6.802	8.824
6	6.817	7.429	6.166	7.293	7.325	7.478
MINUTOS TOTAIS	42.292	39.777	43.831	49.793	45.643	48.302
MAIOR DIFERENÇA (em minutos)	1.122	1.940	4.039	2.853	1.529	1.698

**ANEXO 06 – TEMPOS DE PROCESSAMENTO, NÚMERO DE ITERAÇÕES
E FATORES DE TOLERÂNCIA NECESSÁRIOS PARA OBTENÇÃO DE
RESPOSTAS ÓTIMAS NAS SIMULAÇÕES DAS *P*-MEDIANAS**

MÊS DE DEZEMBRO, 48 CENTRÓIDES.

Fator Tol.	Medianas	Tempo	Iterações
25%	5	18''	1.818
10%	6	5''	1.997
25%	7	16''	1.592
20%	8	12'40''	214.373
10%	9	55'17''	1.497.254

MÊS DE DEZEMBRO, 74 CENTRÓIDES.

Fator Tol.	Medianas	Tempo	Iterações
10%	5	40'	6.440
10%	6	55''	8.873
10%	7	2h	950.239
*	8	*	*
*	9	*	*

MÊS DE JANEIRO, 48 CENTRÓIDES.

Fator Tol.	Medianas	Tempo	Iterações
10%	5	6''	2.119
10%	6	1h33'8''	1.398.468
*	7	*	*
20%	8	47''	13.029
10%	9	10''	2.313

MÊS DE JANEIRO, 74 CENTRÓIDES.

Fator Tol.	Medianas	Tempo	Iterações
20%	5	3'10''	22.287
10%	6	1'51''	10.592
10%	7	4'52''	30.594
10%	8	4'28''	29.468
10%	9	4'01''	26.800

MÊS DE FEVEREIRO, 48 CENTRÓIDES.

Fator Tol.	Medianas	Tempo	Iterações
20%	5	49''	3.298
10%	6	27''	5.270
10%	7	1'34''	24.369
*	8	*	*
20%	9	43''	8.515

MÊS DE FEVEREIRO, 74 CENTRÓIDES.

Fator Tol.	Medianas	Tempo	Iterações
10%	5	43''	6.568
10%	6	4'24''	28.564
10%	7	15'59''	110.311
25%	8	34''	4.556
20%	9	1h10'34''	269.736

MÊS DE MARÇO, 48 CENTRÓIDES.

Fator Tol.	Medianas	Tempo	Iterações
20%	5	6''	1.954
25%	6	8''	2.278
10%	7	27''	8.946
10%	8	25''	7.366
20%	9	20''	5.722

MÊS DE MARÇO, 74 CENTRÓIDES.

Fator Tol.	Medianas	Tempo	Iterações
20%	5	22''	5.289
25%	6	51''	6.301
10%	7	35''	6.311
10%	8	32''	6.370
20%	9	6'18''	60.931

MÊS DE ABRIL, 48 CENTRÓIDES.

Fator Tol.	Medianas	Tempo	Iterações
20%	5	6''	1.958
25%	6	9''	2.948
20%	7	6''	2.309
10%	8	2'41''	63.025
20%	9	36''	4.058

MÊS DE ABRIL, 74 CENTRÓIDES.

Fator Tol.	Medianas	Tempo	Iterações
20%	5	38''	6.765
25%	6	34''	6.295
20%	7	2'51''	10.084
10%	8	1'33''	14.647
20%	9	2'05''	6.623

MÊS DE MAIO, 48 CENTRÓIDES.

Fator Tol.	Medianas	Tempo	Iterações
20%	5	18''	2.298
10%	6	30''	3.321
20%	7	19''	2.380
25%	8	12''	2.976
*	9	*	*

MÊS DE MAIO, 74 CENTRÓIDES.

Fator Tol.	Medianas	Tempo	Iterações
20%	5	2'59''	26.604
10%	6	1'39''	15.135
20%	7	1'38''	16.671
25%	8	5'49''	15.002
*	9	*	*

MÉDIA DOS 6 MESES, 48 CENTRÓIDES.

Fator Tol.	Medianas	Tempo	Iterações
20%	5	28''	2.239
20%	6	23''	2.998
20%	7	22''	2.127
10%	8	46''	4.716
25%	9	8''	3.171

MÉDIA DOS 6 MESES, 74 CENTRÓIDES.

Fator Tol.	Medianas	Tempo	Iterações
20%	5	2'13''	8.361
20%	6	1'56''	7.231
20%	7	2'07''	6.960
10%	8	1'44''	19.232
25%	9	43'16''	151.540

* não obteve-se resposta ótima com fatores de tolerância $\leq 25\%$.

**ANEXO 07 – TEMPOS DE PROCESSAMENTO, OPERADORES
GENÉTICOS E FATORES DE TOLERÂNCIA NECESSÁRIOS PARA
OBTENÇÃO DE RESPOSTAS NO ALGORITMO GENÉTICO**

CONDIÇÕES NECESSÁRIAS PARA OBTENÇÃO DE RESPOSTA DA HEURÍSTICA, PARA 5 AGRUPAMENTOS.

Mês	Tempo de Processamento	Crossover	Mutação	Fator de Tolerância
Dezembro	7''	0	1	30%
Janeiro	8''	1	0	30%
Fevereiro	11''	0	1	30%
Março	48''	1	0	30%
Abril	2'14''	179	7	25%
Maio	5'37''	1	0	25%

CONDIÇÕES OBSERVADAS PARA OBTENÇÃO DE RESPOSTA DA HEURÍSTICA, PARA 6 AGRUPAMENTOS.

Mês	Tempo de Processamento	Crossover	Mutação	Fator de Tolerância
Dezembro	8''	0	1	30%
Janeiro	9''	0	1	30%
Fevereiro	32''	0	2	30%
Março	23'28''	588	0	30%
Abril	42'38''	233	3	25%
Maio	6'37''	1	0	25%

**ANEXO 08 – COMPARAÇÕES ENTRE AS RESPOSTAS OBTIDAS A CADA
MÊS DO SEMESTRE ANALISADO, PARA 5 MEDIANAS.**

Mês	Vértice Mediano	Rotas Associadas	Minutos
Dezembro	6	1 - 2 - 5 - 6 - 8 - 9 - 10 - 39 - 40	9.107
Janeiro	5	1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 9 - 10	8.704
Fevereiro	6	1 - 2 - 5 - 6 - 8 - 9 - 10 - 39 - 40	9.334
Março	5	1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10	10.785
Abril	5	1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10	10.329
Maio	6	1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 8 - 9 - 10 - 39	10.815

Mês	Vértice Mediano	Rotas Associadas	Minutos
Dezembro	16	11 - 12 - 14 - 16 - 34 - 35 - 36 - 48 - 53 - 54 - 55	7.950
Janeiro	36	11 - 12 - 14 - 16 - 34 - 35 - 36 - 47 - 48 - 53 - 54 - 55	7.986
Fevereiro	16	11 - 12 - 14 - 16 - 34 - 35 - 36 - 48 - 53 - 54 - 55	8.142
Março	36	11 - 14 - 16 - 34 - 35 - 36 - 47 - 48 - 53 - 54 - 55	9.546
Abril	36	14 - 16 - 34 - 35 - 36 - 47 - 48 - 53 - 54 - 55	10.141
Maio	54	11 - 14 - 16 - 34 - 36 - 53 - 54 - 55	8.079

Mês	Vértice Mediano	Rotas Associadas	Minutos
Dezembro	18	3 - 4 - 7 - 17 - 18 - 19 - 20 - 21 - 22 - 24	9.112
Janeiro	22	17 - 18 - 19 - 21 - 22 - 23 - 24 - 26 - 27	7.173
Fevereiro	18	3 - 4 - 7 - 17 - 18 - 19 - 20 - 21 - 22 - 24	9.702
Março	22	12 - 17 - 18 - 19 - 21 - 22 - 23 - 24 - 26 - 27	9.514
Abril	21	11 - 12 - 17 - 18 - 19 - 20 - 21 - 22 - 23 - 24	7.555
Maio	22	7 - 12 - 17 - 18 - 19 - 20 - 21 - 22 - 23 - 24 - 26	9.582

Mês	Vértice Mediano	Rotas Associadas	Minutos
Dezembro	30	23 - 27 - 28 - 29 - 30 - 32 - 33 - 41 - 42 - 43	7.835
Janeiro	41	8 - 20 - 28 - 30 - 33 - 39 - 40 - 41 - 42 - 43	7.431
Fevereiro	30	23 - 27 - 28 - 29 - 30 - 32 - 33 - 41 - 42 - 43	8.049
Março	42	20 - 28 - 30 - 33 - 39 - 40 - 41 - 42 - 43	8.335
Abril	42	20 - 27 - 28 - 30 - 33 - 39 - 40 - 41 - 42 - 43	7.718
Maio	30	27 - 28 - 29 - 30 - 31 - 32 - 33 - 40 - 41 - 42 - 43	9.766

Mês	Vértice Mediano	Rotas Associadas	Minutos
Dezembro	63	25 - 26 - 31 - 46 - 47 - 50 - 51 - 52	8.288
Janeiro	46	25 - 29 - 31 - 32 - 46 - 50 - 51 - 52	8.483
Fevereiro	63	25 - 26 - 31 - 46 - 47 - 50 - 51 - 52	8.604
Março	46	25 - 29 - 31 - 32 - 46 - 50 - 51 - 52	11.613
Abril	46	25 - 26 - 29 - 31 - 32 - 46 - 50 - 51 - 52	9.900
Maio	51	25 - 35 - 46 - 47 - 48 - 50 - 51 - 52	10.060

**ANEXO 09 COMPARAÇÕES ENTRE AS RESPOSTAS OBTIDAS A CADA
MÊS DO SEMESTRE ANALISADO, PARA 6 MEDIANAS**

Mês	Vértice Mediano	Rotas Associadas ao Setor 1	Minutos
Dezembro	6	1 - 2 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 - 10	7.725
Janeiro	6	1 - 2 - 5 - 6 - 9 - 10 - 39 - 3	6.710
Fevereiro	6	1 - 2 - 5 - 6 - 8 - 9 - 10	7.814
Março	6	1 - 2 - 5 - 6 - 8 - 9 - 10 - 39	7.992
Abril	6	1 - 2 - 5 - 6 - 8 - 9 - 10 - 39	8.014
Maio	6	1 - 2 - 5 - 6 - 8 - 9 - 10	7.551

Mês	Vértice Mediano	Rotas Associadas ao Setor 2	Minutos
Dezembro	18	3 - 4 - 7 - 17 - 18 - 19 - 21 - 22	7.011
Janeiro	18	4 - 7 - 17 - 18 - 19 - 21 - 22 - 24	6.737
Fevereiro	18	3 - 4 - 7 - 17 - 18 - 19 - 21 - 22	7.702
Março	18	3 - 4 - 7 - 17 - 18 - 19 - 21 - 22 - 24	7.974
Abril	18	3 - 4 - 7 - 17 - 18 - 19 - 21 - 22	6.595
Maio	18	3 - 4 - 7 - 17 - 18 - 19 - 21 - 22 - 12	8.397

Mês	Vértice Mediano	Rotas Associadas ao Setor 3	Minutos
Dezembro	29	23 - 24 - 26 - 27 - 29 - 30 - 31 - 32 - 46	7.329
Janeiro	29	23 - 26 - 27 - 29 - 31 - 32 - 46	6.902
Fevereiro	29	24 - 26 - 27 - 29 - 31 - 32	7.502
Março	29	23 - 26 - 27 - 29 - 31 - 32 - 46	8.777
Abril	26	23 - 24 - 26 - 27 - 29 - 31 - 32 - 46 - 25	8.087
Maio	29	23 - 24 - 26 - 27 - 29 - 30 - 31 - 32 - 46	7.569

Mês	Vértice Mediano	Rotas Associadas ao Setor 4	Minutos
Dezembro	41	20 - 28 - 33 - 39 - 40 - 41 - 42 - 43	7.706
Janeiro	42	20 - 28 - 30 - 33 - 40 - 41 - 42 - 43 - 8	6.921
Fevereiro	42	20 - 28 - 30 - 33 - 39 - 40 - 41 - 42 - 43	6.993
Março	42	20 - 28 - 30 - 33 - 40 - 41 - 42 - 43	7.370
Abril	42	20 - 28 - 30 - 33 - 40 - 41 - 42 - 43	5.859
Maio	41	20 - 28 - 33 - 39 - 40 - 41 - 42 - 43	7.758

Mês	Vértice Mediano	Rotas Associadas ao Setor 5	Minutos
Dezembro	51	25 - 47 - 48 - 50 - 51 - 52	6.628
Janeiro	50	25 - 47 - 50 - 51 - 52	5.387
Fevereiro	50	25 - 47 - 48 - 50 - 51 - 52 - 46	6.208
Março	51	25 - 47 - 48 - 50 - 51 - 52	8.594
Abril	51	47 - 48 - 50 - 51 - 52 - 35	8.479
Maio	51	25 - 47 - 48 - 50 - 51 - 52	8.249

Mês	Vértice Mediano	Rotas Associadas ao Setor 6	Minutos
Dezembro	55	11 - 12 - 14 - 16 - 34 - 35 - 36 - 53 - 54 - 55	7.137
Janeiro	16	11 - 12 - 14 - 16 - 34 - 35 - 36 - 53 - 54 - 55 - 48	6.737
Fevereiro	55	11 - 12 - 14 - 16 - 34 - 35 - 36 - 53 - 54 - 55	7.365
Março	55	11 - 12 - 14 - 16 - 34 - 35 - 36 - 53 - 54 - 55	9.086
Abril	55	11 - 12 - 14 - 16 - 34 - 36 - 53 - 54 - 55	8.609
Maio	55	11 - 14 - 16 - 34 - 35 - 36 - 53 - 54 - 55	8.778

**ANEXO 10 – COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS MANUAL, *P*-MEDIANAS
E HEURÍSTICO**

DIFERENÇA ENTRE OS SETORES COM MAIOR E MENOR DEMANDA DE SOLICITAÇÕES NO SEMESTRE
(NO CASO DE 6 SETORES)

Mês	Dez	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai
Situação Atual	5.343	5.448	5.439	5.200	5.726	6.111
Heurística	758	1.940	4.039	3.053	1.529	1.698
P-Mediana (Abordagem 1)	1.215	1.992	1.049	1.716	2.750	1.227
P-Mediana (Abordagem 2)	1.288	1.733	1.606	3.913	3.499	1.559

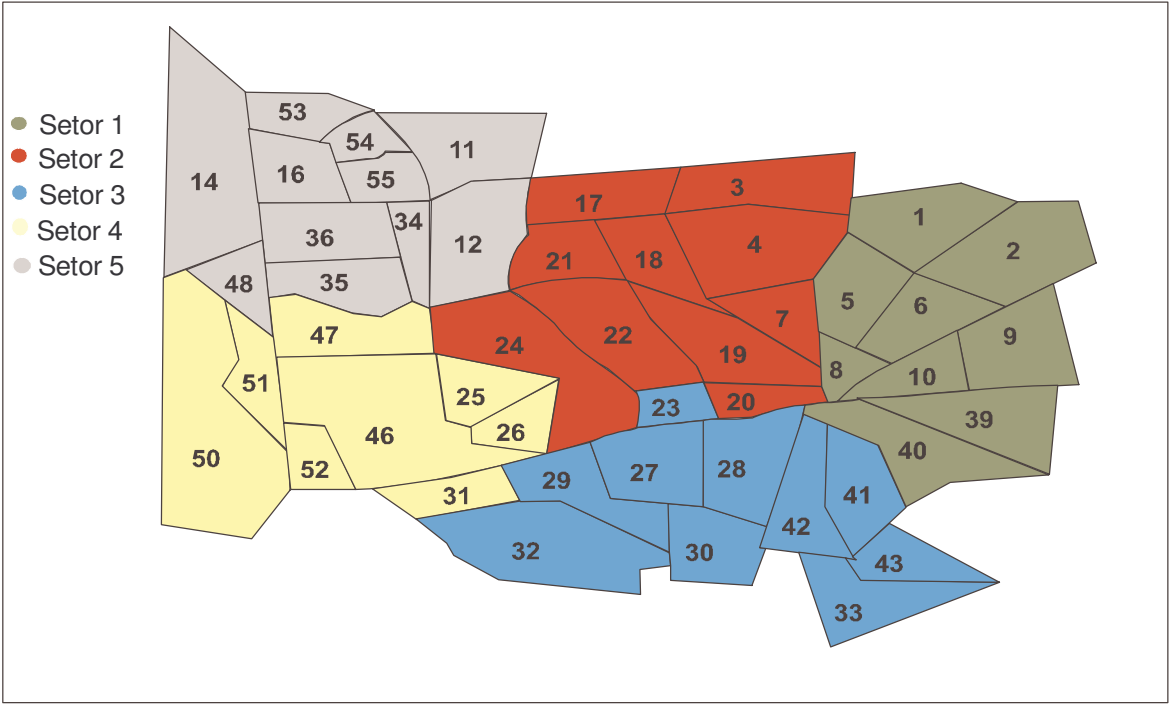
DIFERENÇA ENTRE OS SETORES COM MAIOR E MENOR DEMANDA DE SOLICITAÇÕES NO SEMESTRE
(NO CASO DE 5 SETORES)

Mês	Dez	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai
Situação Atual	2.781	3.836	3.405	1.289	5.729	5.260
Heurística	1.244	1.704	2.895	3.445	1.596	1.940
P-Mediana	1.277	1.551	1.653	3.278	2.774	2.736

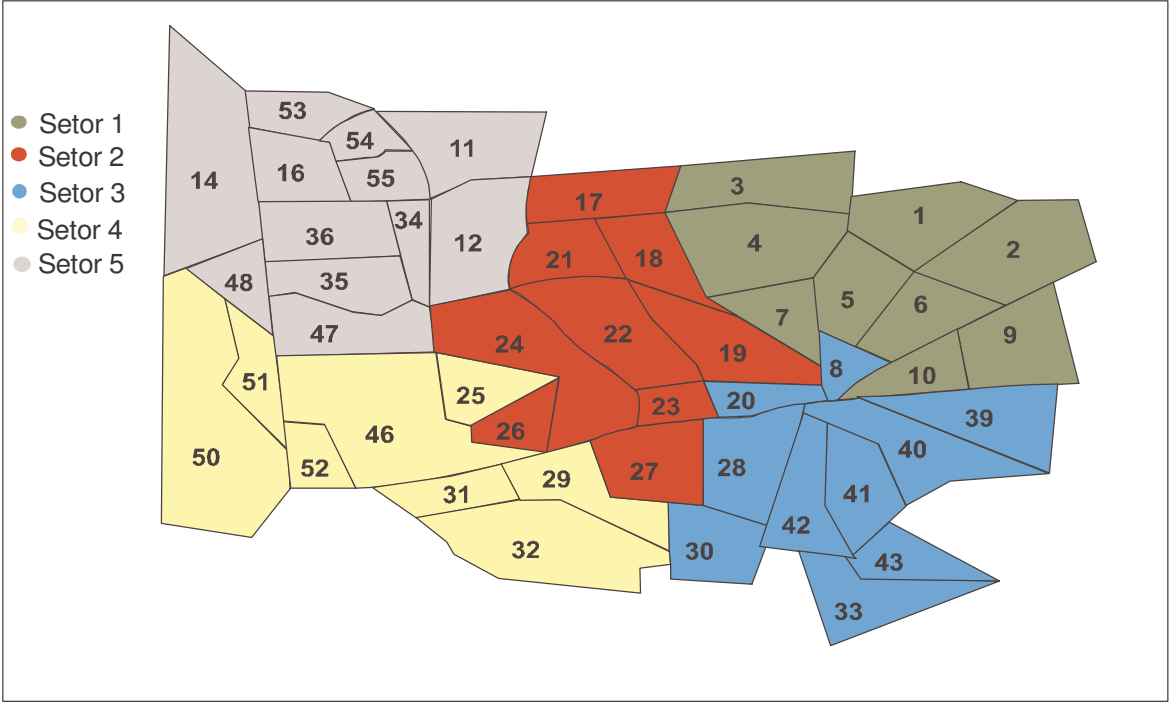
Este quadro é meramente ilustrativo pois, no semestre analisado, a Agência era dividida em 6 Setores de Atendimento

**ANEXO 11 – MELHORES AGRUPAMENTOS FORNECIDOS PELO
MÉTODO EXATO, CASO DE 5 SETORES DE ATENDIMENTO**

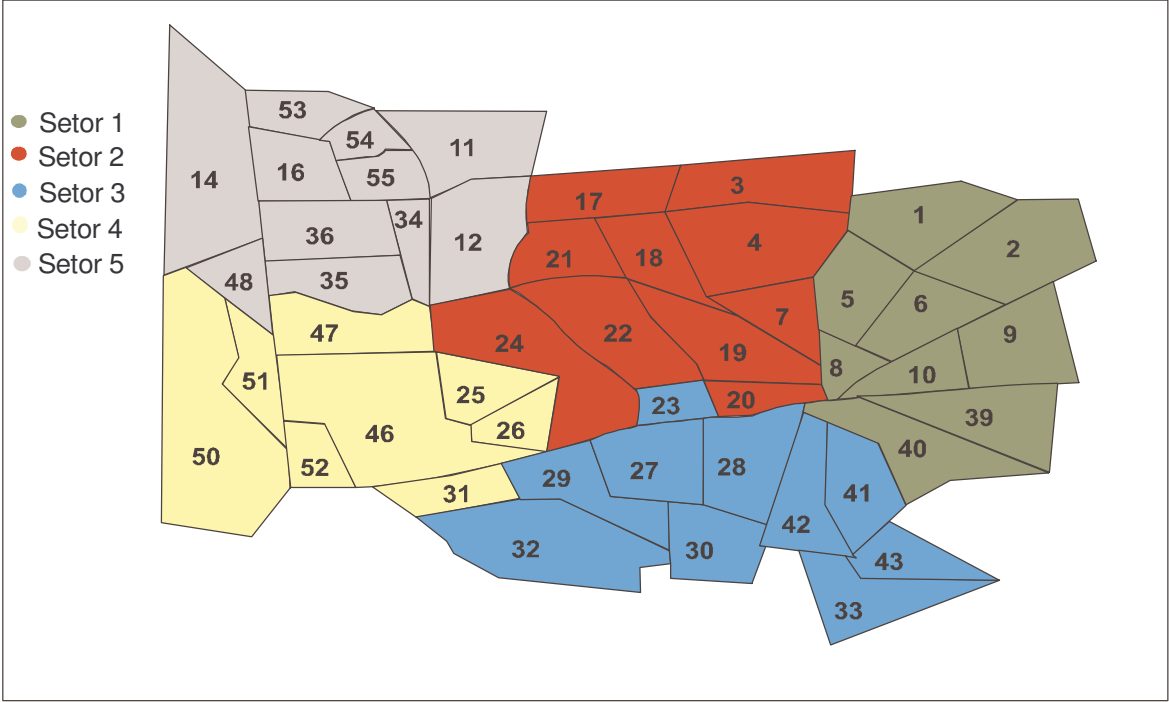
MÊS DE DEZEMBRO: MELHOR RESPOSTA FOI OBTIDA PELA ABORDAGEM 2



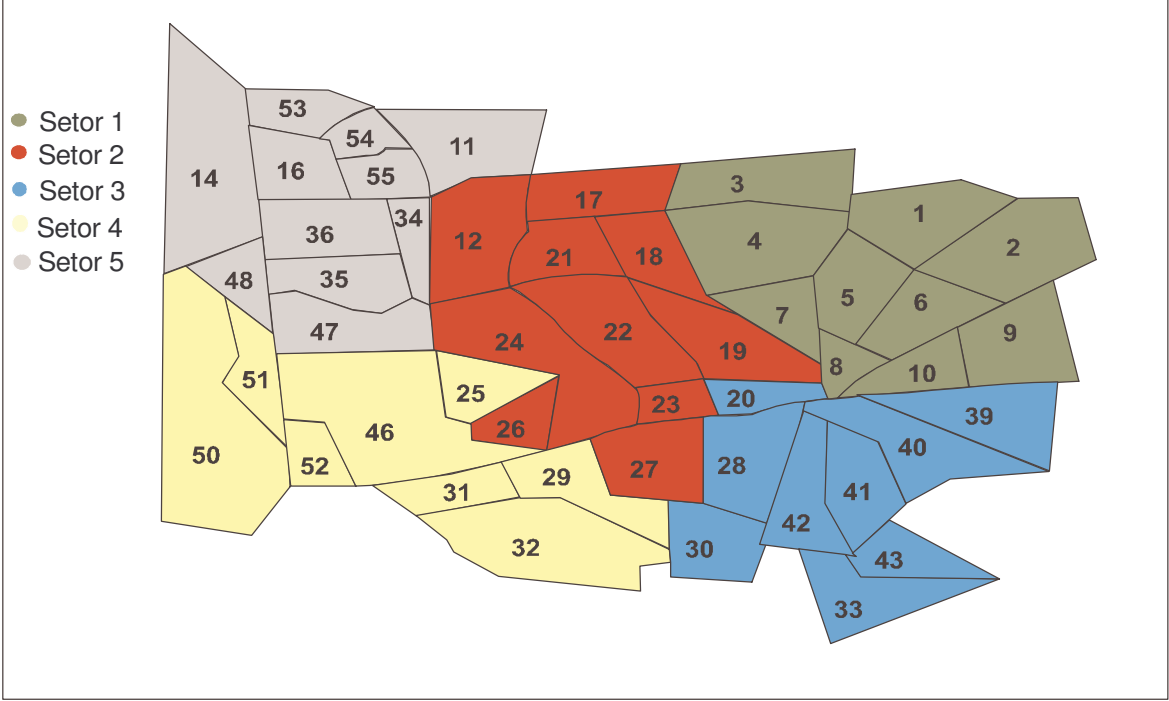
MÊS DE JANEIRO: MELHOR RESPOSTA FOI OBTIDA PELA ABORDAGEM 1



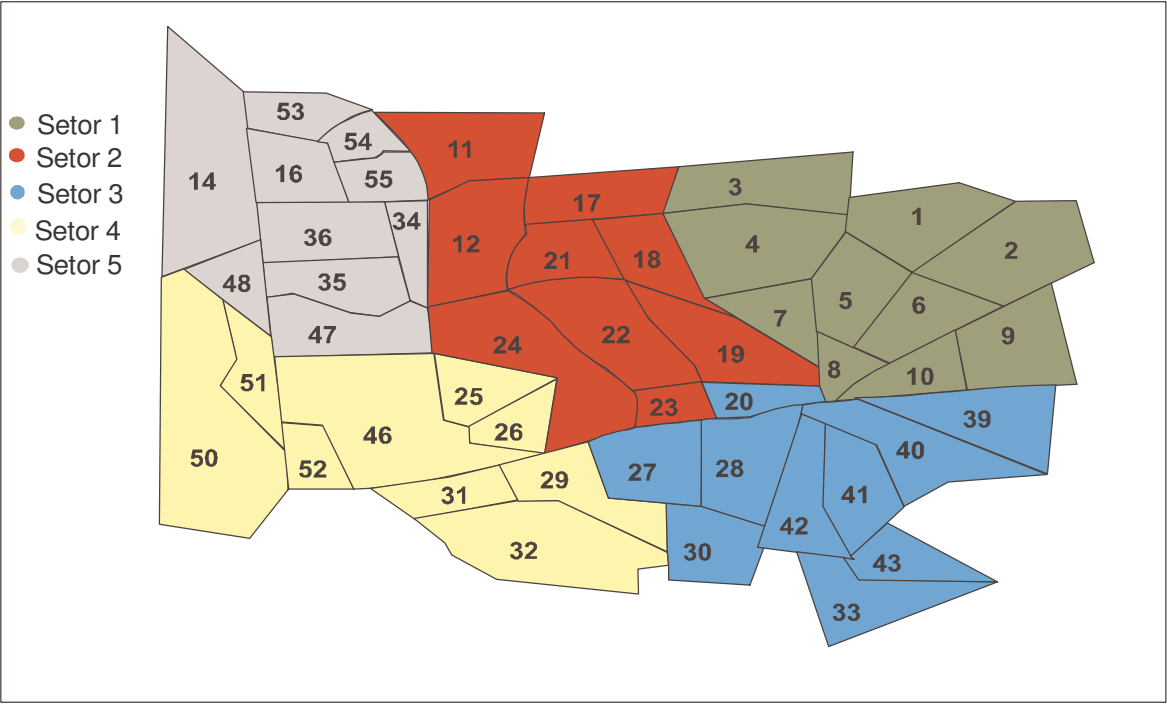
MÊS DE FEVEREIRO: MELHOR RESPOSTA FOI OBTIDA PELA ABORDAGEM 2



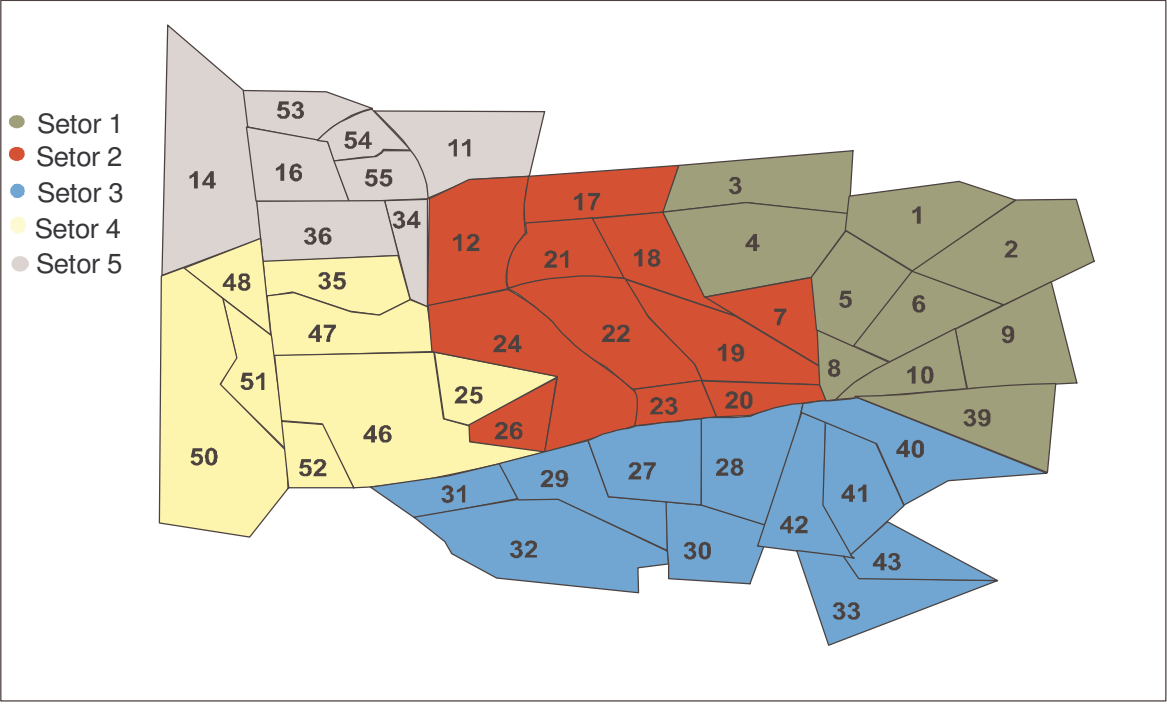
MÊS DE MARÇO: MELHOR RESPOSTA FOI OBTIDA PELA ABORDAGEM 1



MÊS DE ABRIL: MELHOR RESPOSTA FOI OBTIDA PELA ABORDAGEM 1

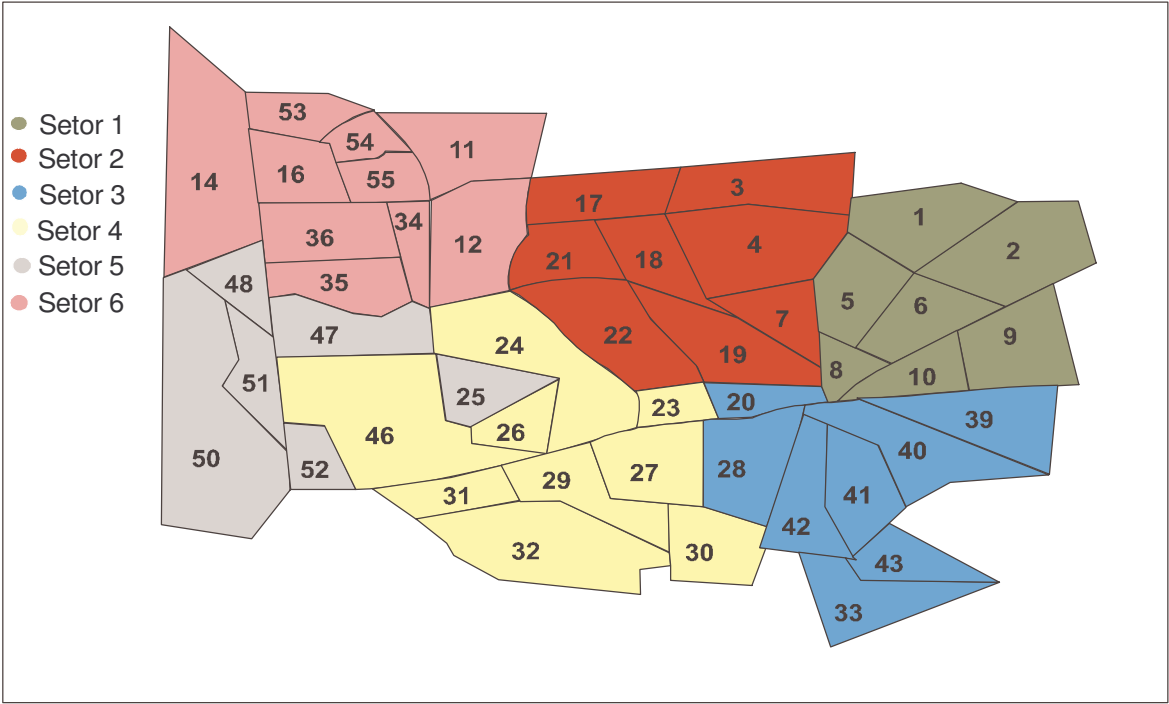


MÊS DE MAIO: MELHOR RESPOSTA FOI OBTIDA PELA ABORDAGEM 2

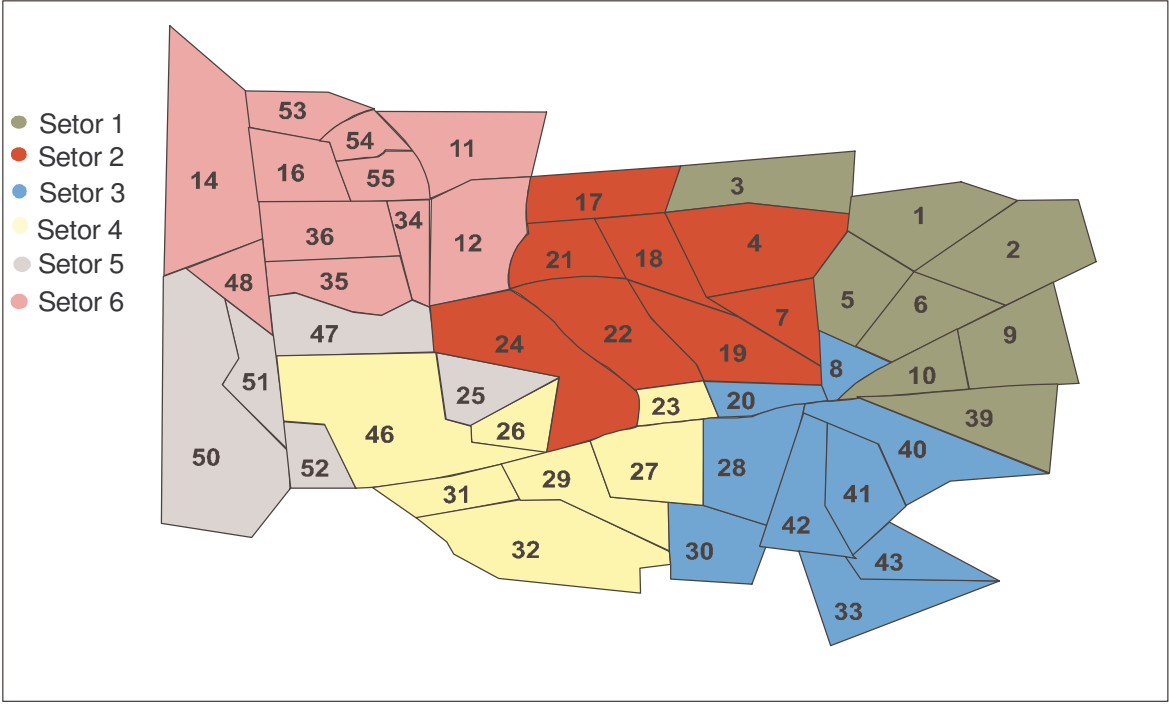


**ANEXO 12 – MELHORES AGRUPAMENTOS FORNECIDOS PELO
MÉTODO EXATO, CASO DE 6 SETORES DE ATENDIMENTO**

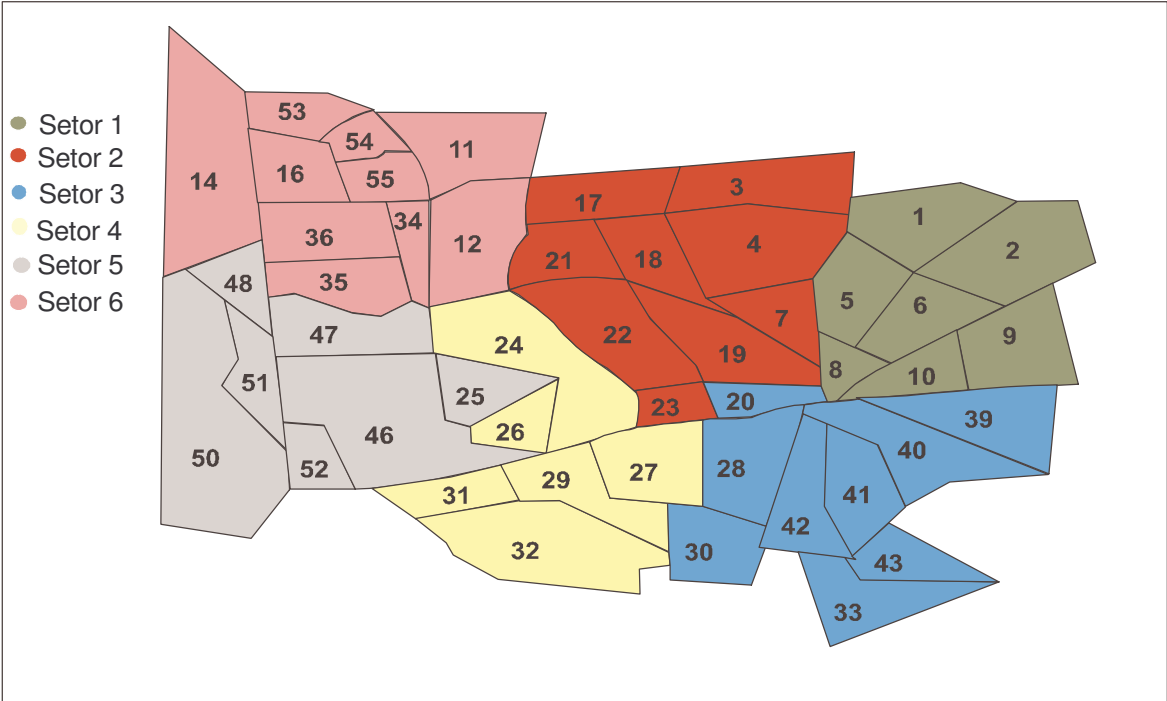
MÊS DE DEZEMBRO: MELHOR RESPOSTA FOI OBTIDA PELA ABORDAGEM 1



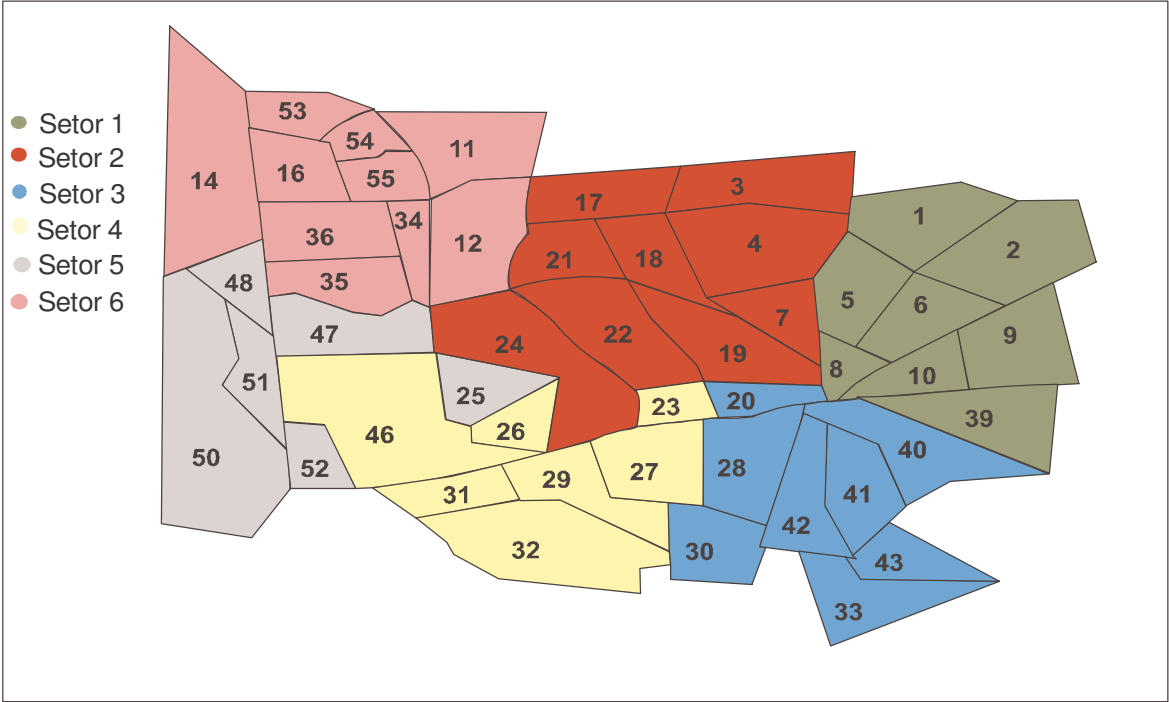
MÊS DE JANEIRO: MELHOR RESPOSTA FOI OBTIDA PELA ABORDAGEM 2



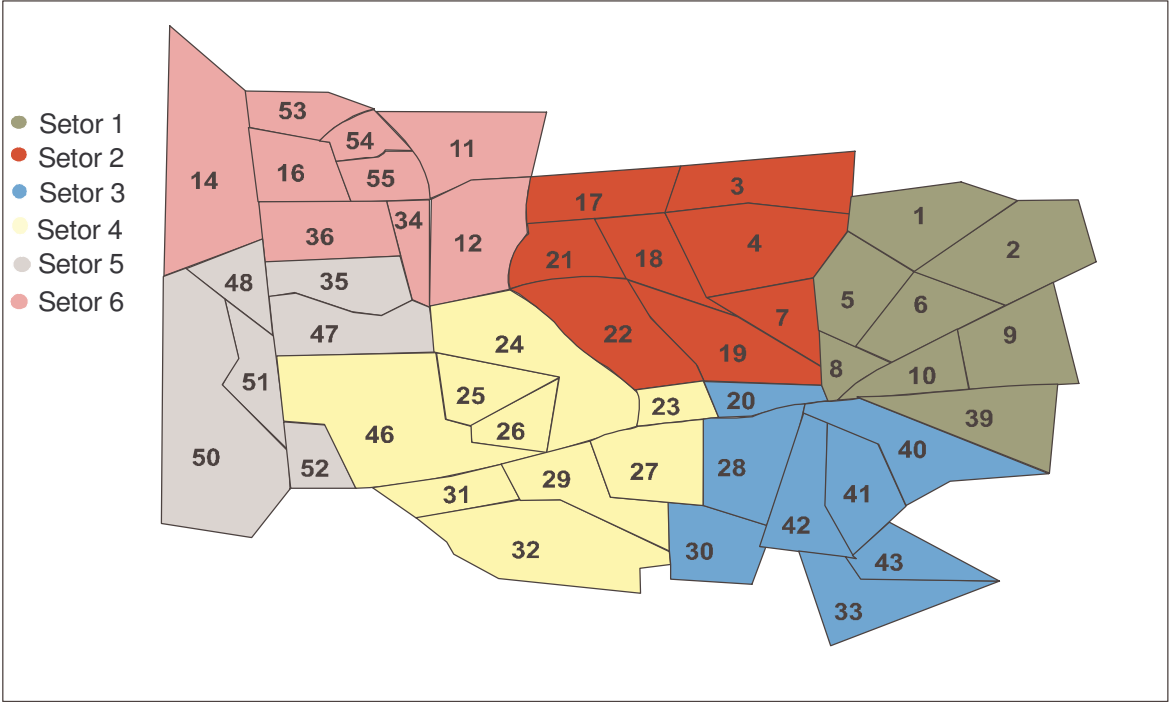
MÊS DE FEVEREIRO: : MELHOR RESPOSTA FOI OBTIDA PELA ABORDAGEM 1



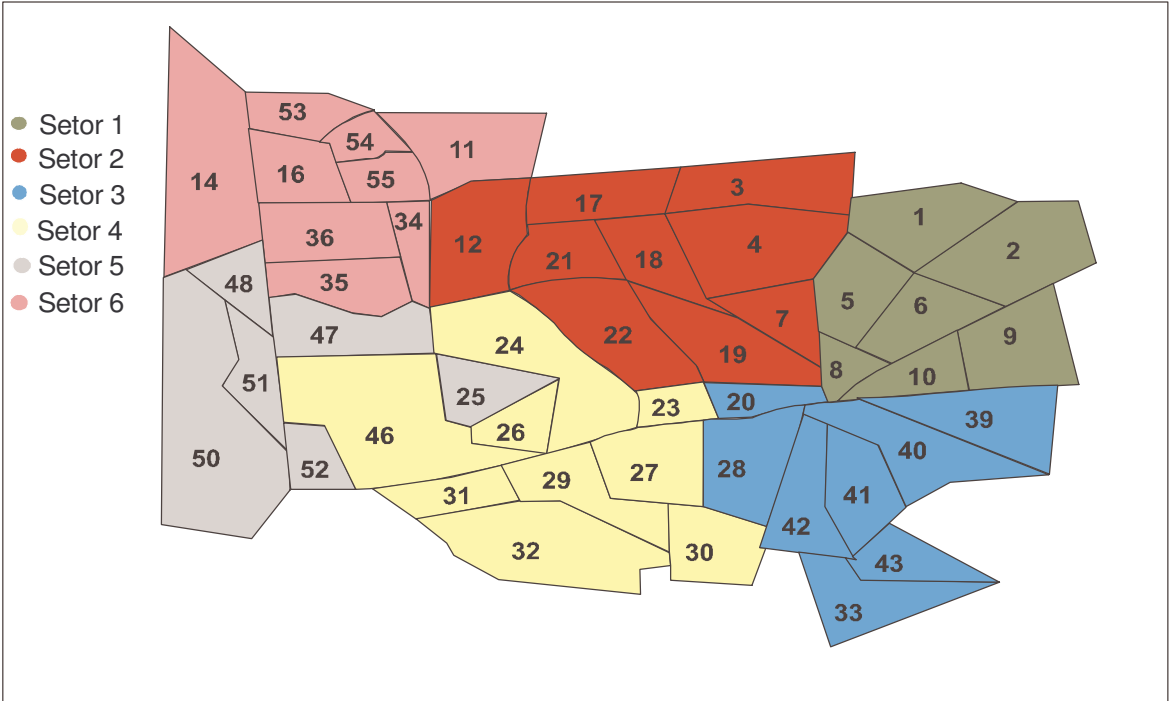
MÊS DE MARÇO: MELHOR RESPOSTA FOI OBTIDA PELA ABORDAGEM 1



MÊS DE ABRIL: MELHOR RESPOSTA FOI OBTIDA PELA ABORDAGEM 1

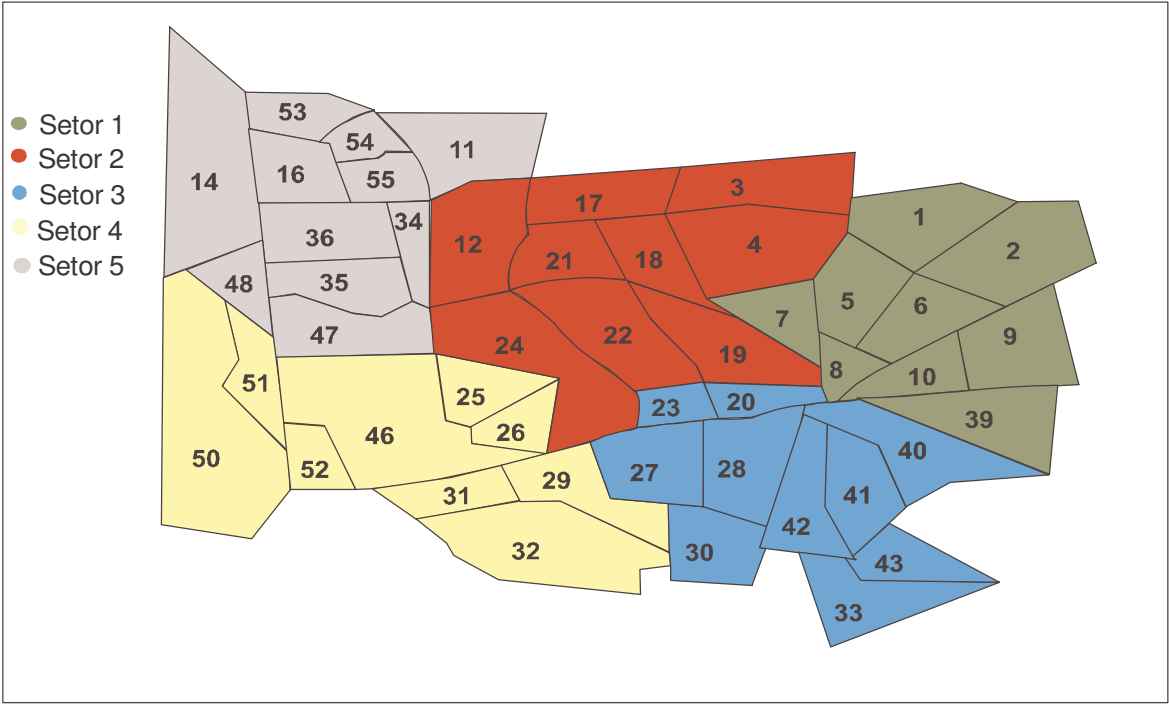


MÊS DE MAIO: MELHOR RESPOSTA FOI OBTIDA PELA ABORDAGEM 1

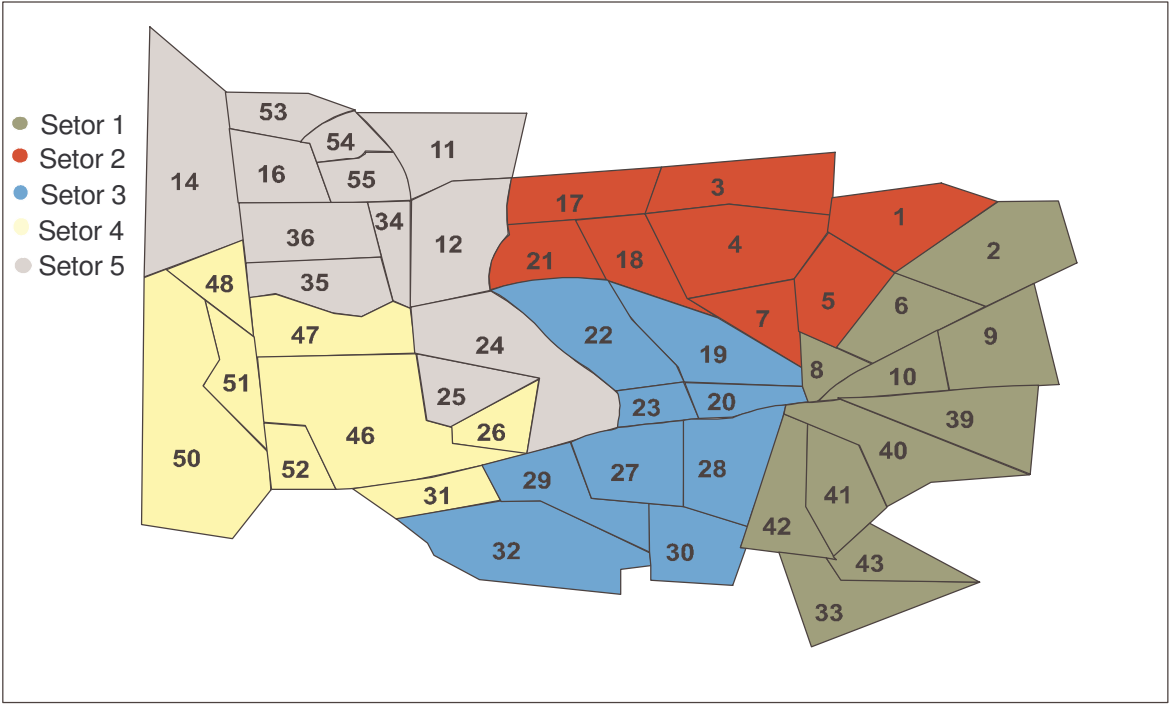


**ANEXO 13 – MELHORES AGRUPAMENTOS FORNECIDOS PELO
MÉTODO HEURÍSTICO, CASO DE 5 SETORES DE ATENDIMENTO**

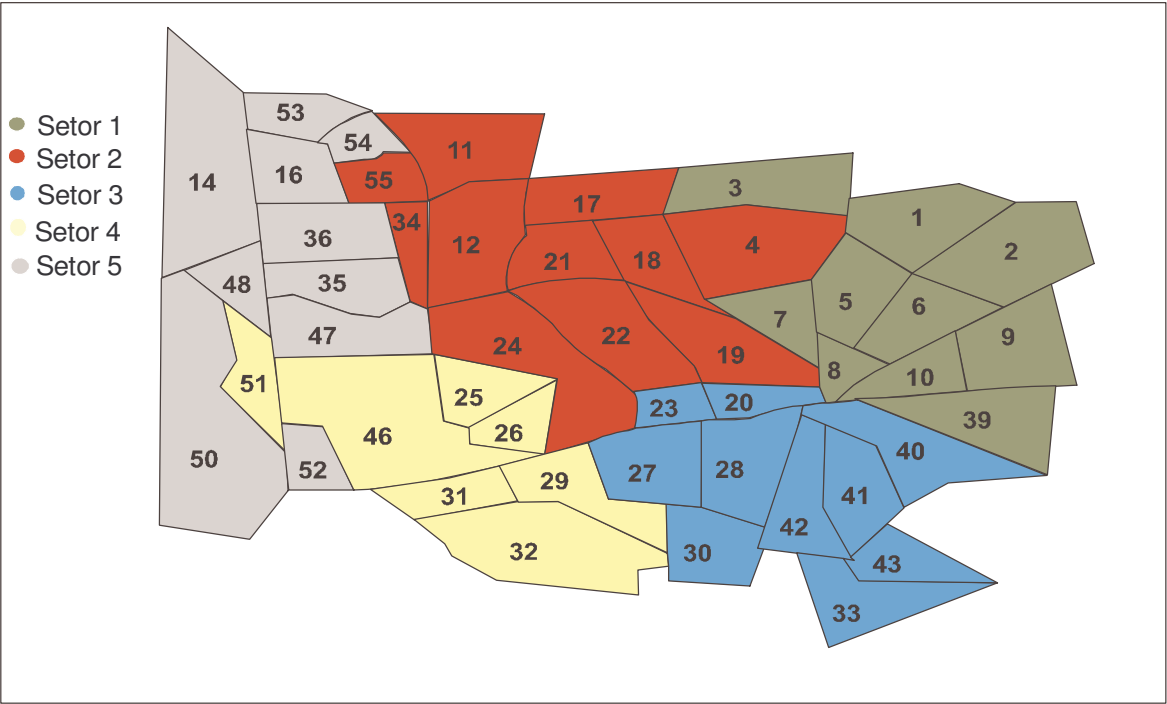
MÊS DE DEZEMBRO



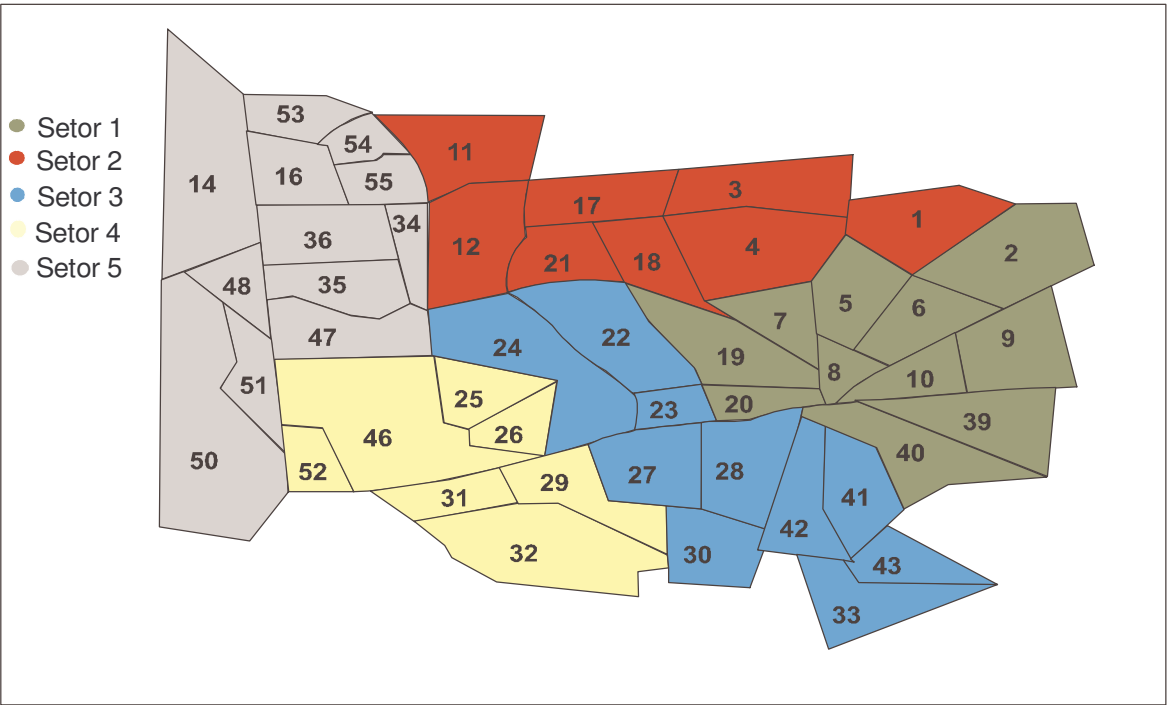
MÊS DE JANEIRO



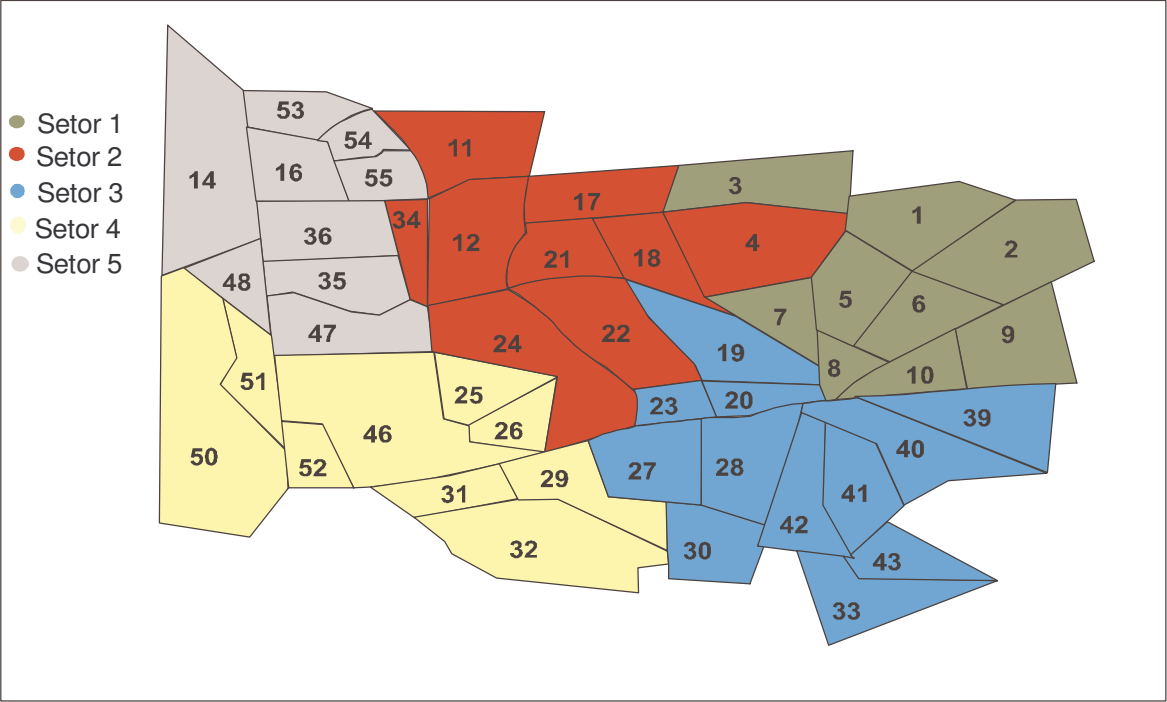
MÊS DE FEVEREIRO



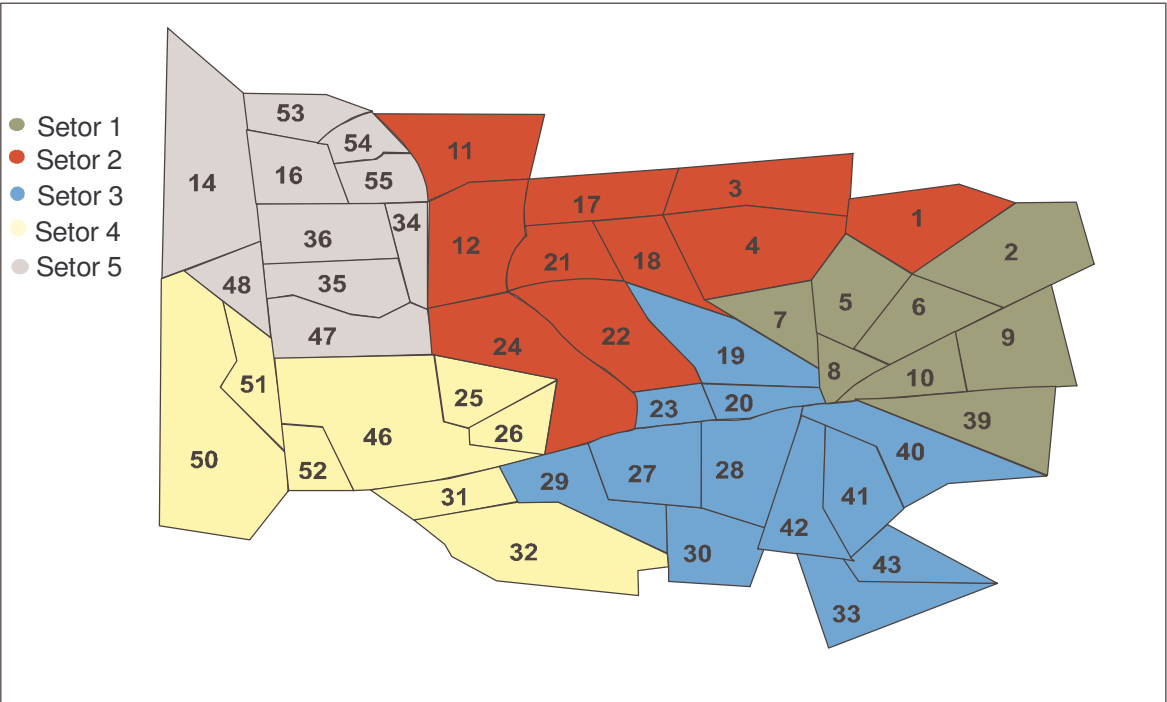
MÊS DE MARÇO



MÊS DE ABRIL

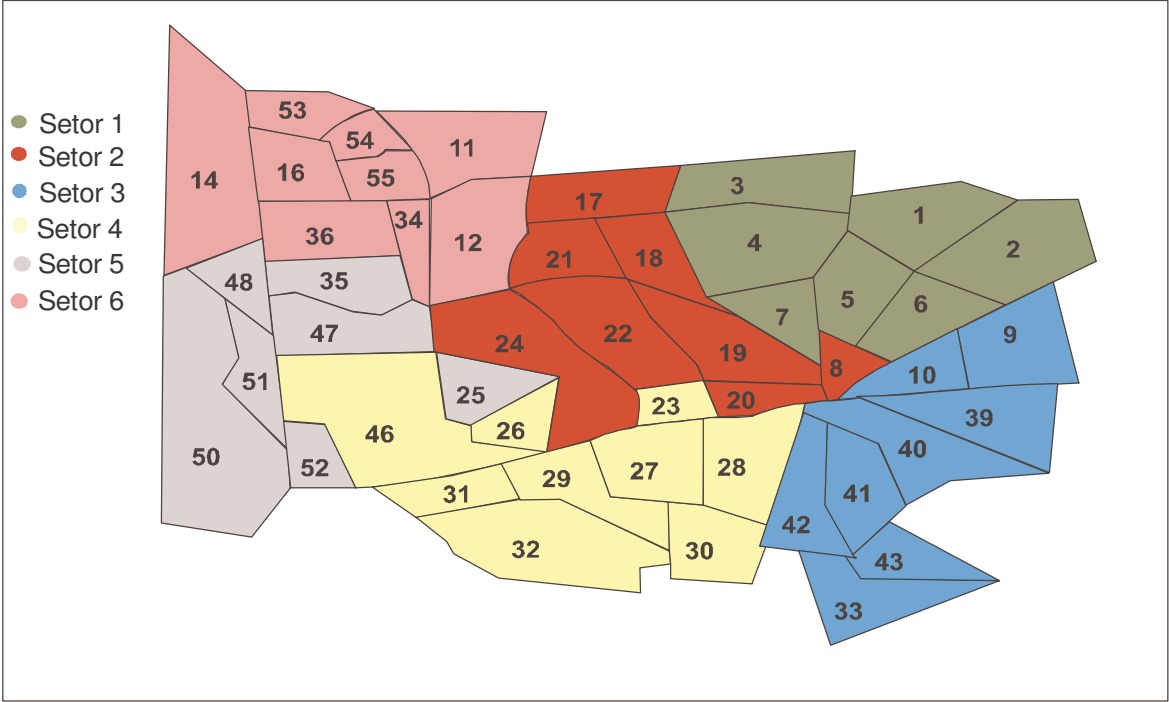


MÊS DE MAIO

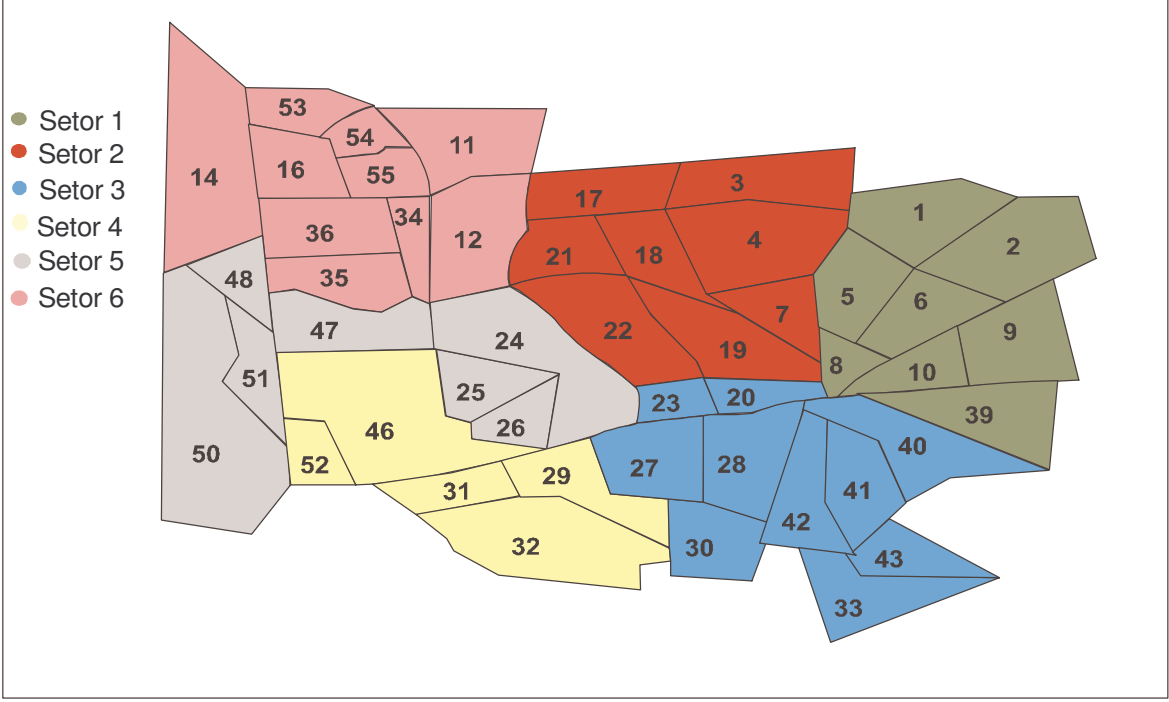


**ANEXO 14 – MELHORES AGRUPAMENTOS FORNECIDOS PELO
MÉTODO HEURÍSTICO, CASO DE 6 SETORES DE ATENDIMENTO**

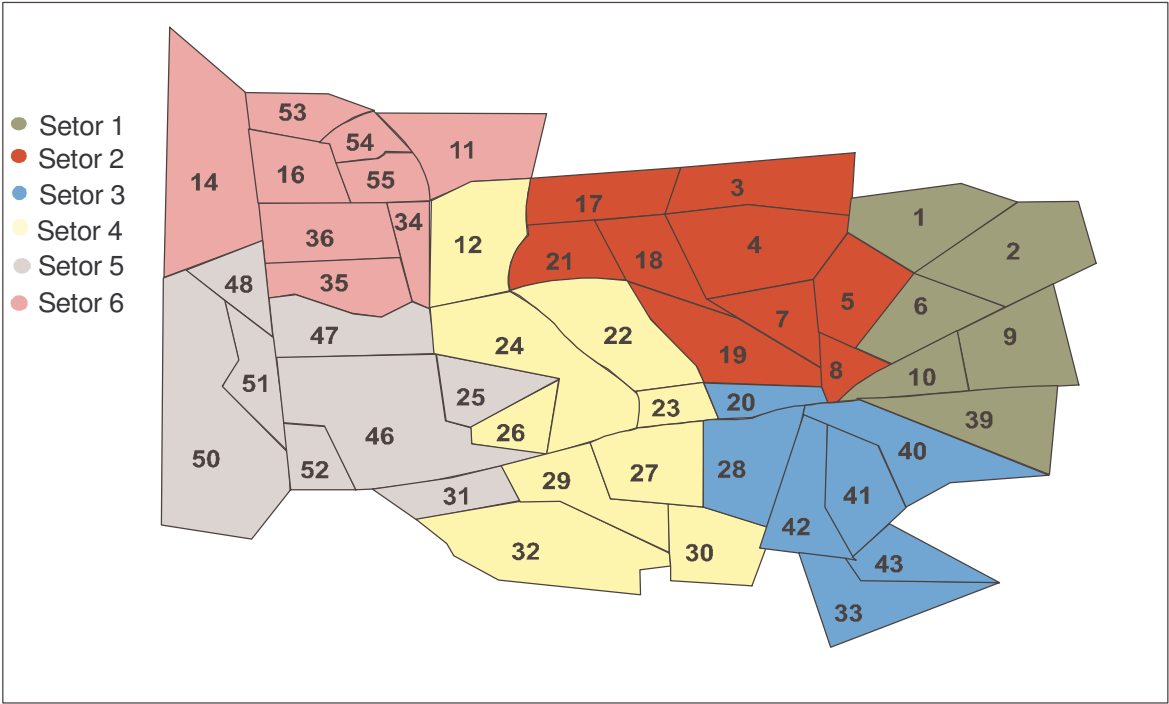
MÊS DE DEZEMBRO



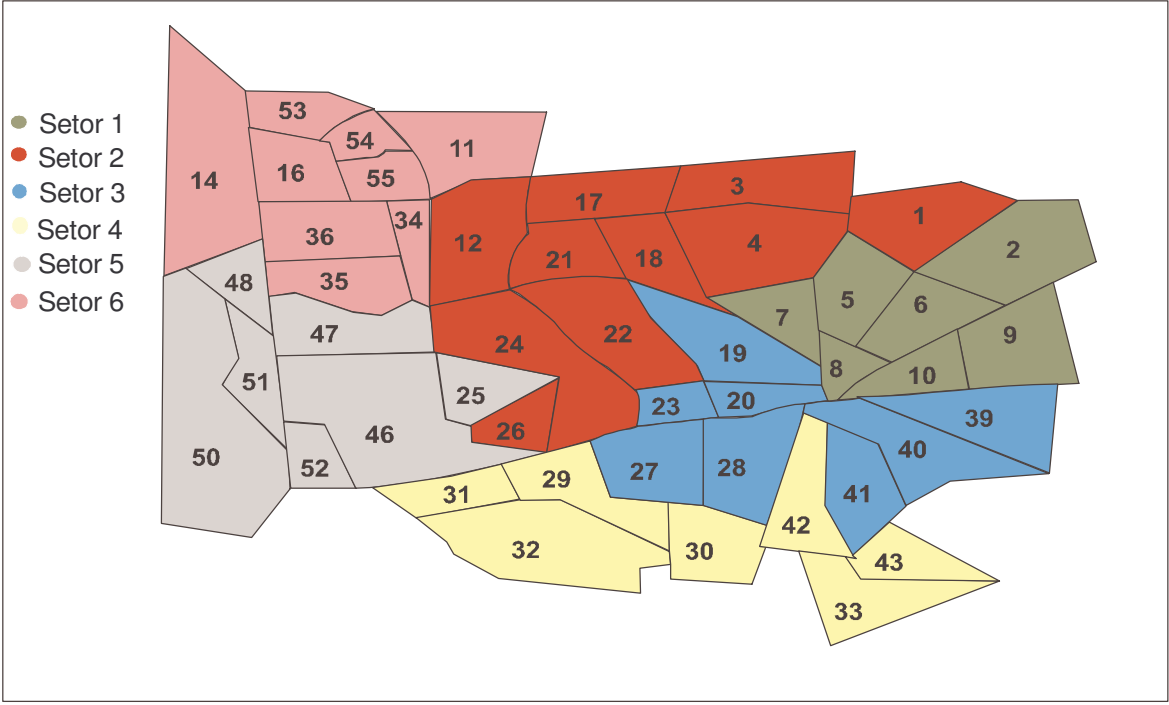
MÊS DE JANEIRO



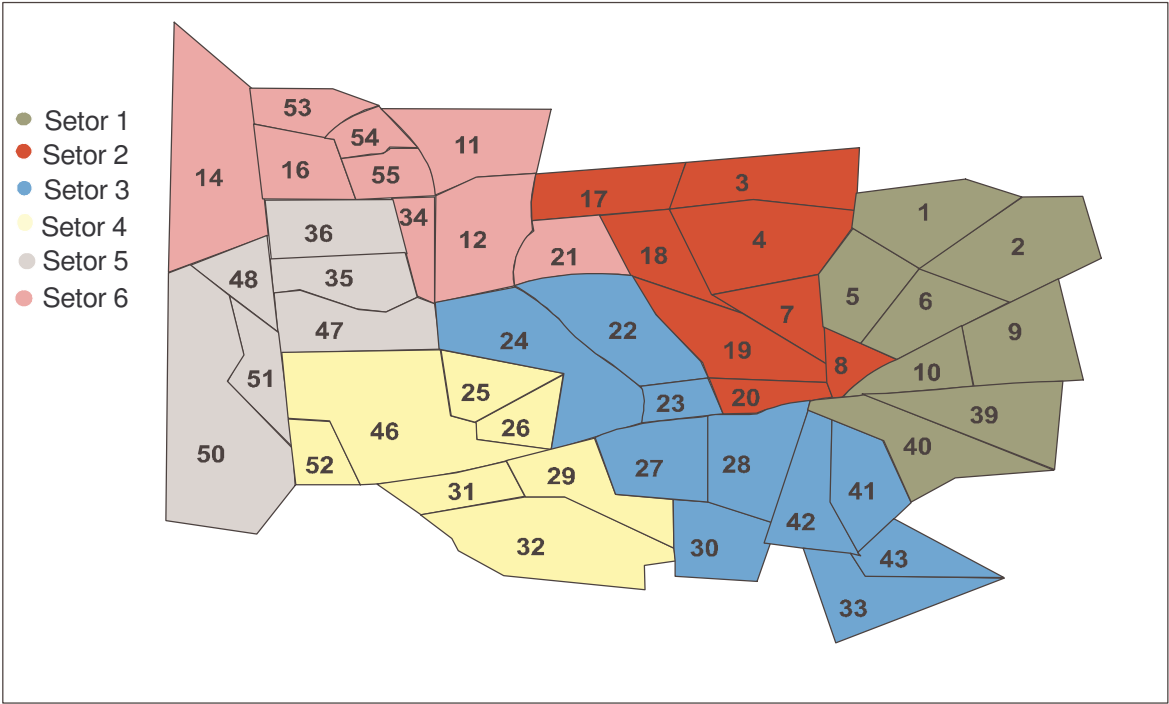
MÊS DE FEVEREIRO



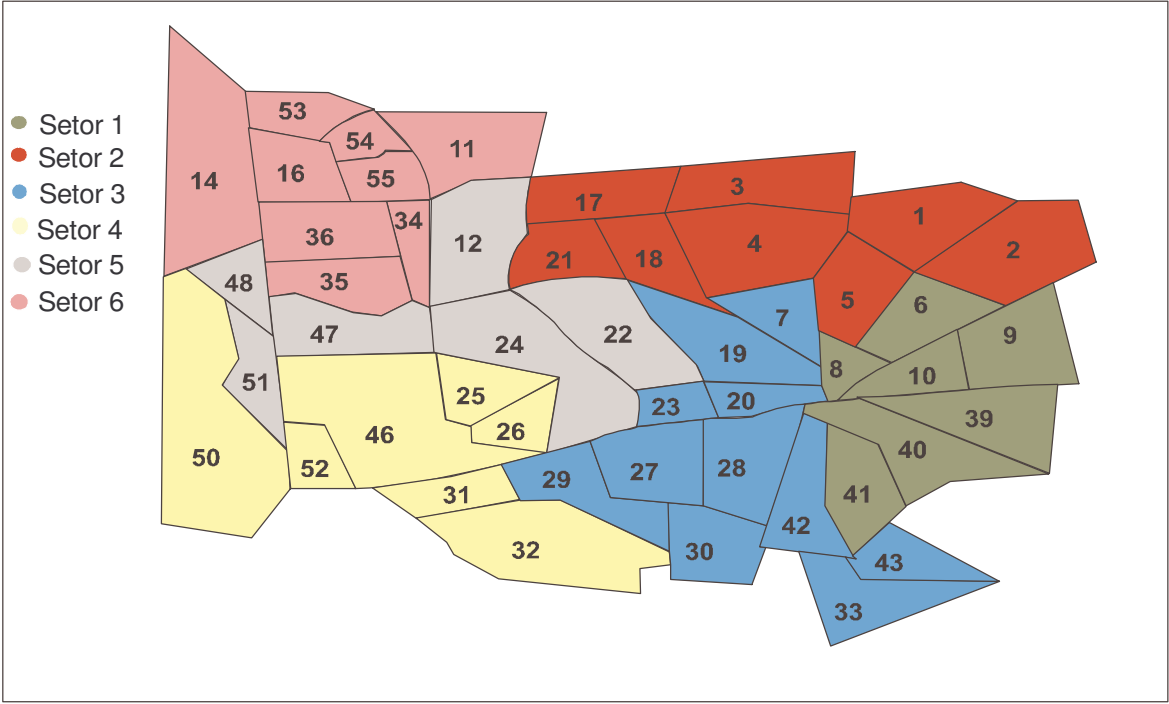
MÊS DE MARÇO



MÊS DE ABRIL

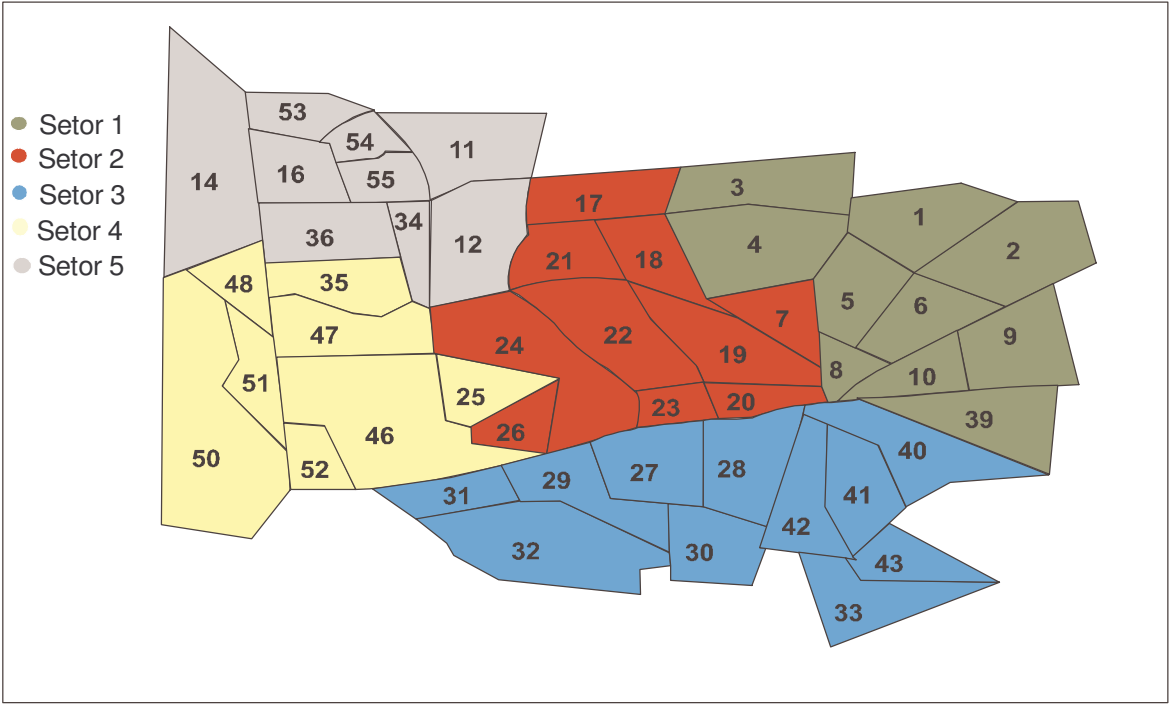


MÊS DE MAIO

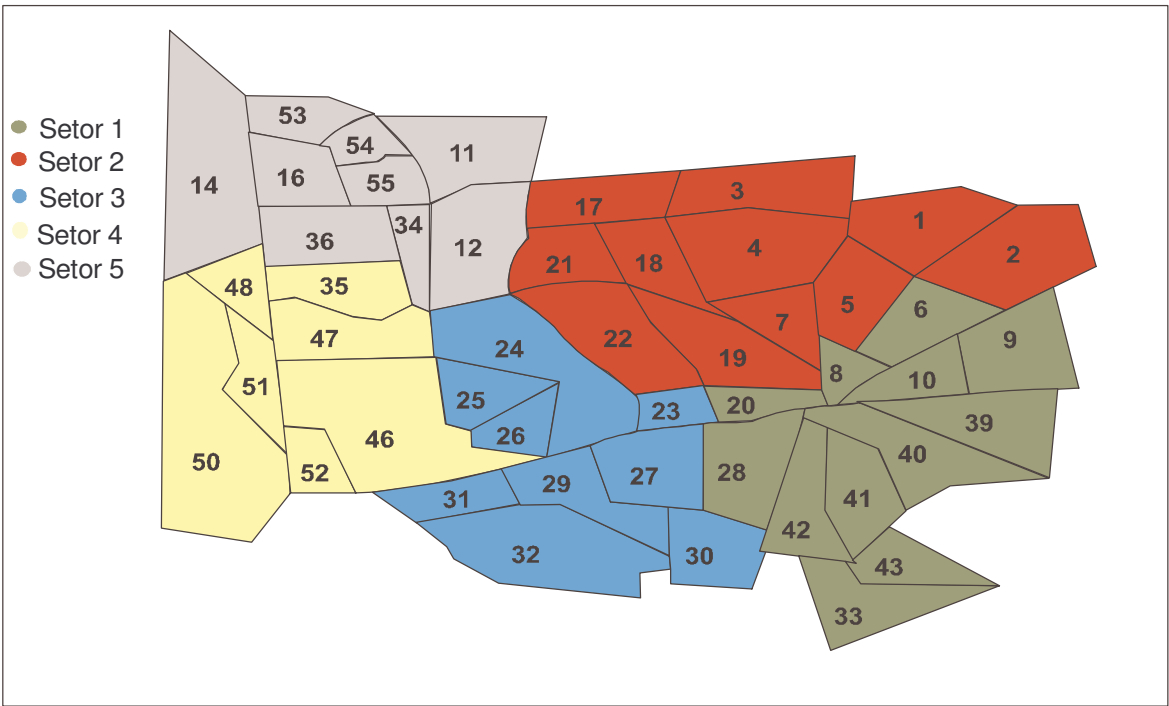


**ANEXO 15 – MELHORES AGRUPAMENTOS FORNECIDOS PELOS
MODELOS MATEMÁTICOS, UTILIZANDO A MÉDIA SEMESTRAL DE
SOLICITAÇÕES**

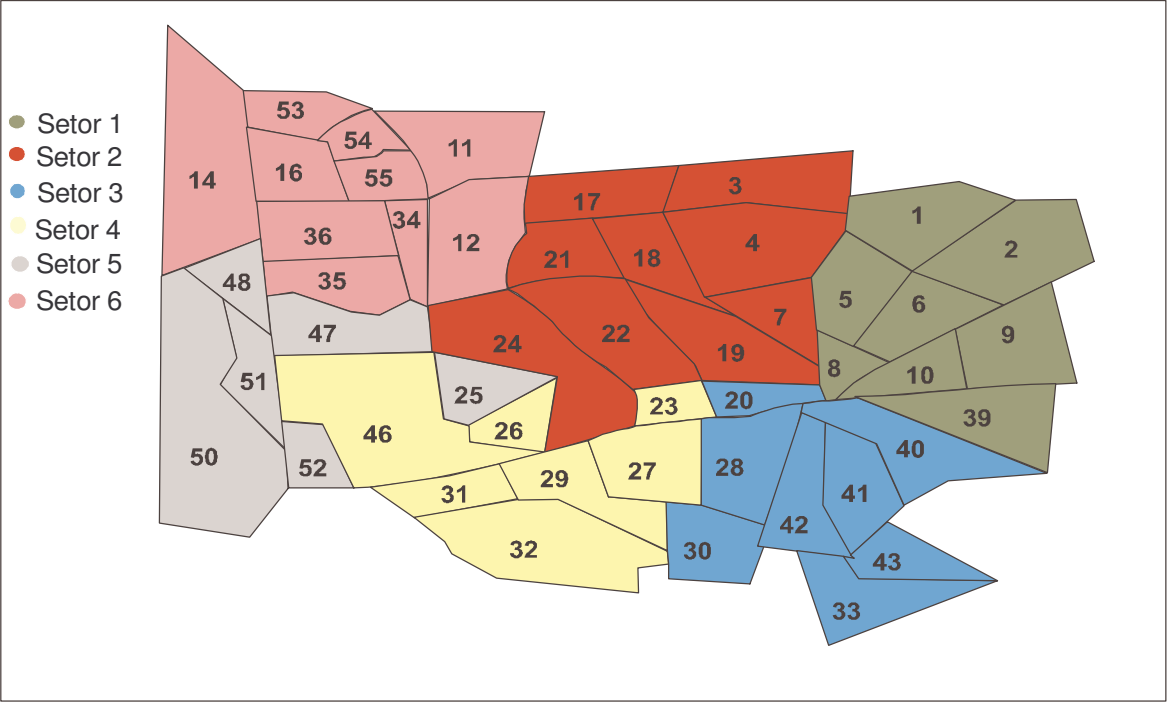
5 SETORES DE ATENDIMENTO, MÉTODO EXATO (ABORDAGEM 2)



5 SETORES DE ATENDIMENTO, MÉTODO HEURÍSTICO



6 SETORES DE ATENDIMENTO, MÉTODO EXATO (ABORDAGEM 1)



6 SETORES DE ATENDIMENTO, MÉTODO HEURÍSTICO

